完美贝叶斯均衡

湖南大学课程

信号发送策略

- 先验信念: $\Pr[t = t_1] = q, \Pr[t = t_2] = 1 - q$
- 信号发送方采取如下混合策略:

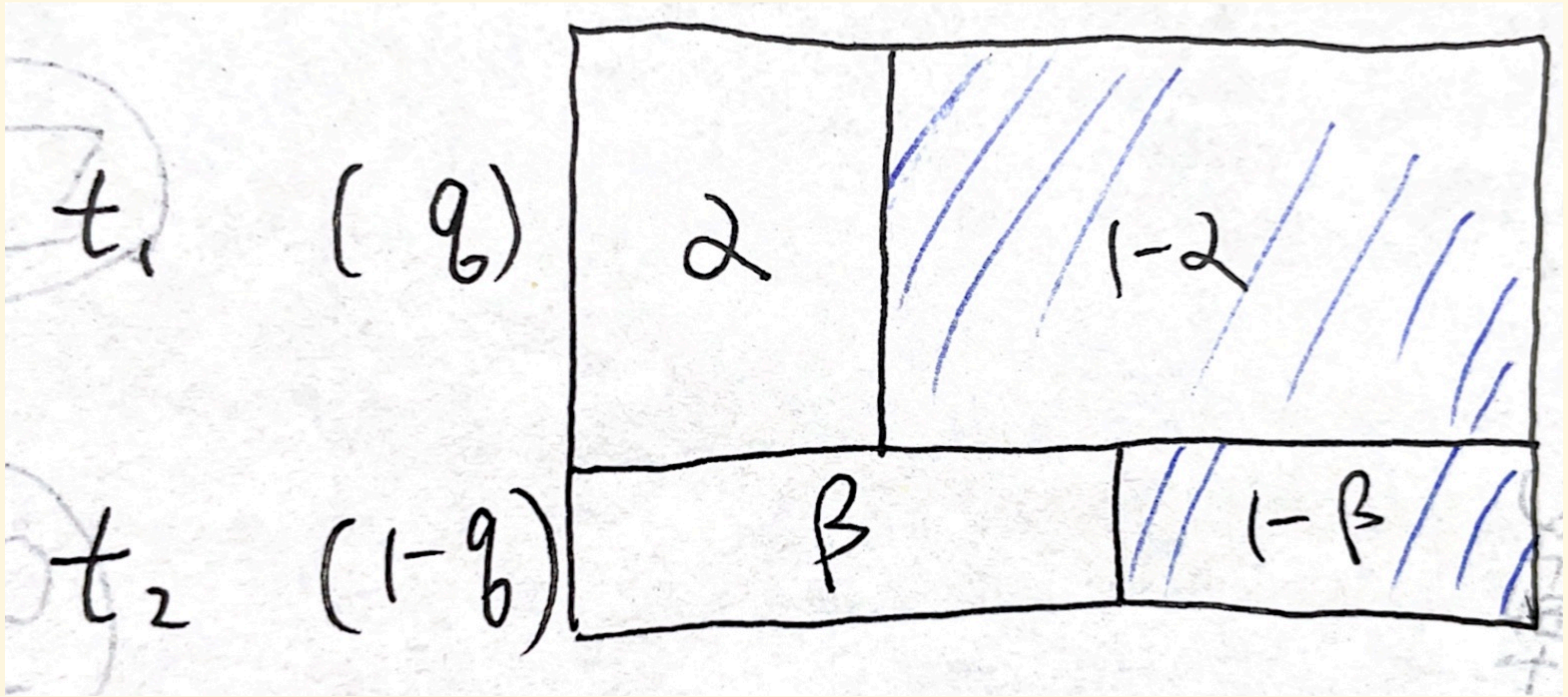
$$\sigma(m_1 | t_1) = \alpha \in (0, 1), \sigma(m_1 | t_2) = \beta \in (0, 1)$$

- 信号发送方策略的文字描述:
  - 若类型为 t_1, 发送方以概率 α 发送信号 m_1, 概率 $1 - \alpha$ 发送 m_2.
  - 若类型为 t_2, 发送方以概率 β 发送信号 m_1, 概率 $1 - \beta$ 发送 m_2.
- 问: 收到信号 m_1 时, 如何计算信号接收方的后验信念?

使用贝叶斯公式更新信念

你可以直接套用贝叶斯公式计算. 这里介绍 "另一种" 算法, 画图计算:

- 阴影区域表示信号 m_2, 非阴影区域表示信号 m_1



- 收到信号 m_1, 对应的后验信念由非阴影区域表示:

$$\Pr[t=t_1|m_1] = \frac{\alpha q}{\alpha q + \beta(1-q)}$$

- 收到信号 m_2, 对应的后验信念由阴影区域表示:

$$\Pr[t=t_1|m_2] = \frac{(1-\alpha)q}{(1-\alpha)q + (1-\beta)(1-q)}$$

- 分离均衡时的策略 $\alpha = 1, \beta = 0$
  - $\implies \Pr[t=t_1|m_1] = 1$ and $\Pr[t=t_1|m_2] = 0$
- 合并均衡时的策略 $\alpha = \beta = 1$
  - $\implies \Pr[t=t_1|m_1] = 1, \Pr[t=t_1|m_2]$ 无法计算

完美贝叶斯均衡和贝叶斯(纳什)均衡

以空谈博弈和信号博弈为例.

- 记发送方策略为 $\sigma : T \to M$, 行动方策略为 $s : M \to A$.

贝叶斯(纳什)均衡为某个策略组合 (σ^*, s^*):

- 给定 σ^*, 行动方的最优策略为s^*
- 给定 s^*, 发送方的最优策略为σ^*

完美贝叶斯均衡和纳什均衡

以空谈博弈和信号博弈为例.

- 记发送方策略为 $\sigma : T \to M$, 行动方策略为 $s : M \to A$.
- 行动方收到信号 $m \in M$ 后, 后验信念记为分布 $\rho(m)$

完美贝叶斯纳什均衡为某个策略组合 (σ^*, s^*) 以及信念更新方式 ρ^*:

- 给定发送方策略 σ^*, ρ^* 由贝叶斯公式计算得到 (whenever possible)
- 给定信念 ρ^*, 行动方的最优策略为s^*
- 给定行动方策略 s^*, 发送方的最优策略为σ^*