

信号博弈
湖南大学课程

信号博弈: 劳动者类型

- 假设劳动力市场上有两类人: 低能力者 (L) 和高能力者 (H)
 - 类型 L 和 H 占比分别为 80% 和 20%
 - 类型 L 和 H 的劳动者找到工作后, 产出分别为 60 和 100

产出 占比		
类型 L	60	0.8
类型 H	100	0.2

- 劳动者的类型 $t \in \{L, H\}$ 是他的私人信息.
企业的先验信念: $\Pr(t = L) = 0.8$.

合并均衡 (pooling equilibrium) 情形

- 假设劳动力市场的需求方 (ie, 企业) 竞争十分激烈。
 - 如果劳动者能力的高低**不是**他的私人信息, 企业会为类型 L 和 H 的员工分别支付工资 $w_L = 60$ 和 $w_H = 100$
 - 然而, 企业无法观察到劳动者的真实类型, 企业只愿意支付平均工资 $100 \times 20\% + 60 \times 80\% = 68$.

合并均衡 (pooling equilibrium) 情形

- 假设劳动力市场的需求方 (ie, 企业) 竞争十分激烈.
 - 如果劳动者能力的高低**不是**他的私人信息, 企业会为类型 L 和 H 的员工分别支付工资 $w_L = 60$ 和 $w_H = 100$
 - 然而, 企业无法观察到劳动者的真实类型, 企业只愿意支付平均工资 $100 \times 20\% + 60 \times 80\% = 68.$
- 如果劳动者能向企业发送信息, 并且信息是无成本的, 能否实现**分离均衡 (separating equilibrium)**?
 - 不能. 因为所有人都希望获得高工资, 都会宣称自己的类型为 H . 由于所有类型的劳动者都发送同样的信息, 企业的信念维持不变.

Spence: 学历是一种信号

- 经济学诺贝尔奖得主 Spence: 高能力的劳动者, 可以通过教育将自己和低能力的劳动者区分开.
- Spence 信号博弈模型的核心假设:
 - 低能力劳动者获得学历的成本 $>$ 高能力劳动者获得学历的成本
- 假设类型 H 和 L 的劳动者获得学历的成本分别为 10 和 60.
 - 为了简化讨论, 我们不区分 985/ 非985, 本科/研究生学历. 只考虑劳动者是否有学历.
- 企业无法观察到劳动者能力的高低, 但是可以观察到劳动者是否获得学历.
 - 劳动者是信号发送者, 企业是信号接受者

信号博弈: 分离均衡

引入学历这个信号后, 该博弈存在分离均衡, 均衡中:

- 类型 H 劳动者获得学历, 类型 L 劳动者无学历
- 企业更新信念: 有学历的劳动者一定为类型 H , 没有学历的劳动者为类型 L
- 企业为有学历的劳动者支付 $w_H = 100$, 无学历的劳动者支付 $w_L = 60$
- 劳动者 H 和 L 的效用分别为 $w_H - c_H = 100 - 10 = 90$ 和 60 .

问: 如何完整地描述这个均衡, 并证明它是完美贝叶斯均衡?

完美贝叶斯均衡

均衡描述:

- 劳动者策略: $a(L) = 0, a(H) = 1$.
 - 其中 1 表示获得学历, 0 表示不获得学历.
- 企业的后验信念:
 - 若 $a = 1$, 认为劳动者一定为类型 H
 - 若 $a = 0$, 认为劳动者一定为类型 L
- 企业的策略:
 - $w(a = 1) = w_H, w(a = 0) = w_L$

完美贝叶斯均衡: 证明

需要说明 (a) 劳动者的信号发送策略 (b) 企业的后验信念 和 (c) 企业的策略共同构成完美贝叶斯均衡. 你需要验证下面三个论述是否同时成立:

1. 给定劳动者的信号发送策略, 企业的后验信念是否符合贝叶斯法则
2. 给定企业的后验信念, 企业的策略是否是最优的
 - 这个博弈中, 我们假设企业方是充分竞争的. 企业必须支付对应后验信念下的市场工资.
3. 给定企业的策略, 劳动者策略是否是最优的

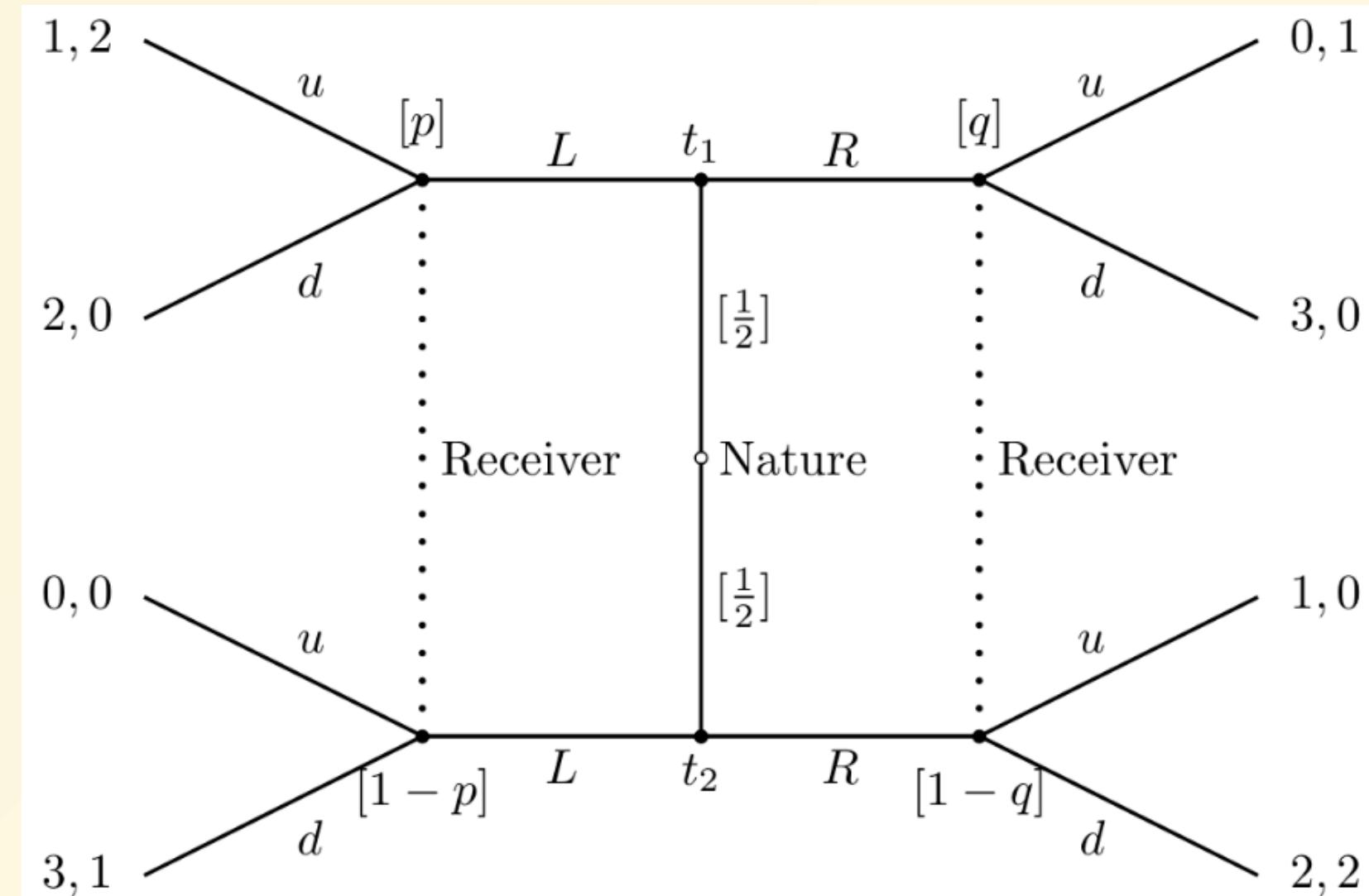
对于这个简单的例子, 这三个论述的判断都很直接.

我们再看另一个信号博弈的例子, 用博弈树表示这个博弈:

- 最后的效用组合中, 第一个数为信号发送方的效用.

p 和 q 表示信号接受方在对应信息集时的后验信念. 先验信念为 $(1/2, 1/2)$.

求解所有的**纯策略完美贝叶斯均衡**.



两种算法

1. 信号发送方一共只有四个纯策略. 分别讨论每个给定信号发送策略下, 是否存在 PBE 即可.
2. 给出这个博弈的策略表示, 用下划线找出纯策略纳什均衡, 再进一步讨论可能的 PBE.

这里我主要介绍算法1. 算法2的详细描述见作业答案.

信号博弈中的纯策略

- 发送方只有四个纯策略: 分别记为 LL, RR, LR, RL .
 - 第一个字母表示类型 t_1 的信号, 第二个字母表示类型 t_2 的信号
- 行动方只有四个纯策略: 分别记为 uu, dd, ud, du .
 - 第一个字母表示收到信号 L 后的行动, 第二个字母表示收到信号 R 后的行动
- 我们根据发送方的信号发送策略进行分类讨论. 这四种情形中, 两种为合并均衡, 两种为分离均衡.
 - 分离均衡的验证比合并均衡要相对容易一些.

验证分离均衡 1

若发送方策略为 LR. 即 $s(t_1) = L, s(t_2) = R.$

- 接收方的最优反应: $a(L) = u, a(R) = d$
- 给定接收方的策略, 类型 t_1 会偏离到发送信号 R
- 此时不存在 PBE

验证分离均衡 2

若发送方策略为 RL. 即 $s(t_1) = R, s(t_2) = L$.

- 接收方的最优反应: $a(L) = d, a(R) = u$
- 给定接收方的策略, 类型 t_1 会偏离到发送信号 L
- 此时不存在 PBE.

验证合并均衡 1

若所有类型发送方均选择 L :

- 根据贝叶斯法则, 接受方后验信念为 $p = 0.5$, 其最优反应为 u .
 - 均衡路径上, 类型 t_1 和 t_2 的收益分别为 1 和 0
- 此时类型 t_2 一定会偏移到信号 R . 发送信号 R 时, 他的收益最低也为 1.
- 此时不存在 PBE

验证合并均衡 2

若所有类型发送方均选择 R :

- 根据贝叶斯法则, 接受方后验信念为 $q = 0.5$, 其最优反应为 d .
 - 均衡路径上, 类型 t_1 和 t_2 的收益分别为 3 和 2.
 - 此时类型 t_1 一定不会偏离均衡路径.
 - 为了让类型 t_2 也不偏离均衡路径, 接受方收到信号 L 后必须选择 u .
- 为了让接受方看到信号 L 时选择 u , 信念 p 必须满足
$$2p \geq 1 - p \iff p \geq 1/3$$
- 注: 此时的后验信念 p 无法由贝叶斯法则决定. 任何满足 $p \geq 1/3$ 的后验信念都可以构成 PBE.

综上, 该博弈所有的纯策略 PBE 如下:

- 发送方策略: RR ,
- 接收方策略: ud
- 接收方后验信念: $q = 0.5, p \geq 1/3.$

算法2

给出博弈的策略型表示. 这个矩阵的计算有一点繁琐.

	uu	ud	du	dd
LL	$1/2, 1$	$1/2, 1$	$5/2, 1/2$	$5/2, 1/2$
LR	$1, 1$	$3/2, 2$	$3/2, 0$	$2, 1$
RL	$0, 1/2$	$3/2, 0$	$3/2, 1$	$3, 1/2$
RR	$1/2, 1/2$	$5/2, 1$	$1/2, 1/2$	$5/2, 1$

- 仅存在唯一纯策略纳什均衡. 它对应算法1给出的 PBE.