第七章 不完全信息动态博弈

第七章
不完全信息动态博弈

信息不对称

前面谈到的柠檬市场 (二手车市场),卖方相比买方拥有更多关于商品质量的信息.

我们一般称这种情形为信息不对称.

信息不对称的其它例子:

✓古玩市场，房屋买卖，专家咨询（律师、理财顾问）服务，等 …

✓小伙子去见姑娘家长，姑娘的父母并不知道小伙子是否真心可靠

✓不完全信息下先后选择产量的寡头产量博弈

信息不对称

- 有信息优势的一方, 可以选择是否要向没有信息优势的一方进行信息披露.
- 信息披露的例子:
  - 广告: 本公司产品为国家免检产品, 质量值得信赖
  - 新闻发布会: 小米 / 苹果 / 任天堂等公司, 向消费者介绍新产品的信息
- 本章重点介绍两类包含信息披露的博弈类型,这两类博弈的差别在于披露方是否有信息披露成本
  - 声明博弈 (声明方无信息披露成本)
  - 信号博弈 (信号发送方有信息披露成本)

7.2 声明博弈（Cheap Talk Game）

7.2.1 声明的信息传递作用

7.2.2 连续型声明博弈 (跳过, 自行看书学习)

声明方策略

- 类型空间为: $T = \{ t_1 , t_2 \}$
- 声明方私下观察到自己的类型 t, 然后向行动方声明自己的类型为 t'
- 真实类型和声明类型不需要相同. 任何类型的声明方都可以声明自己的类型为 t_1 或 t_2
- 声明方的纯策略可以描述为向量: (t, t')
  - 其中 t 为类型 t_1 的声明类型, t' 为类型 t_2 的声明类型
- 四种可能策略
  - 混同策略 (t_1,t_1)
  - 混同策略 (t_2,t_2)
  - 分离策略 (t_1,t_2)
  - 分离策略 (t_2,t_1)
  - 本质上只有两种策略

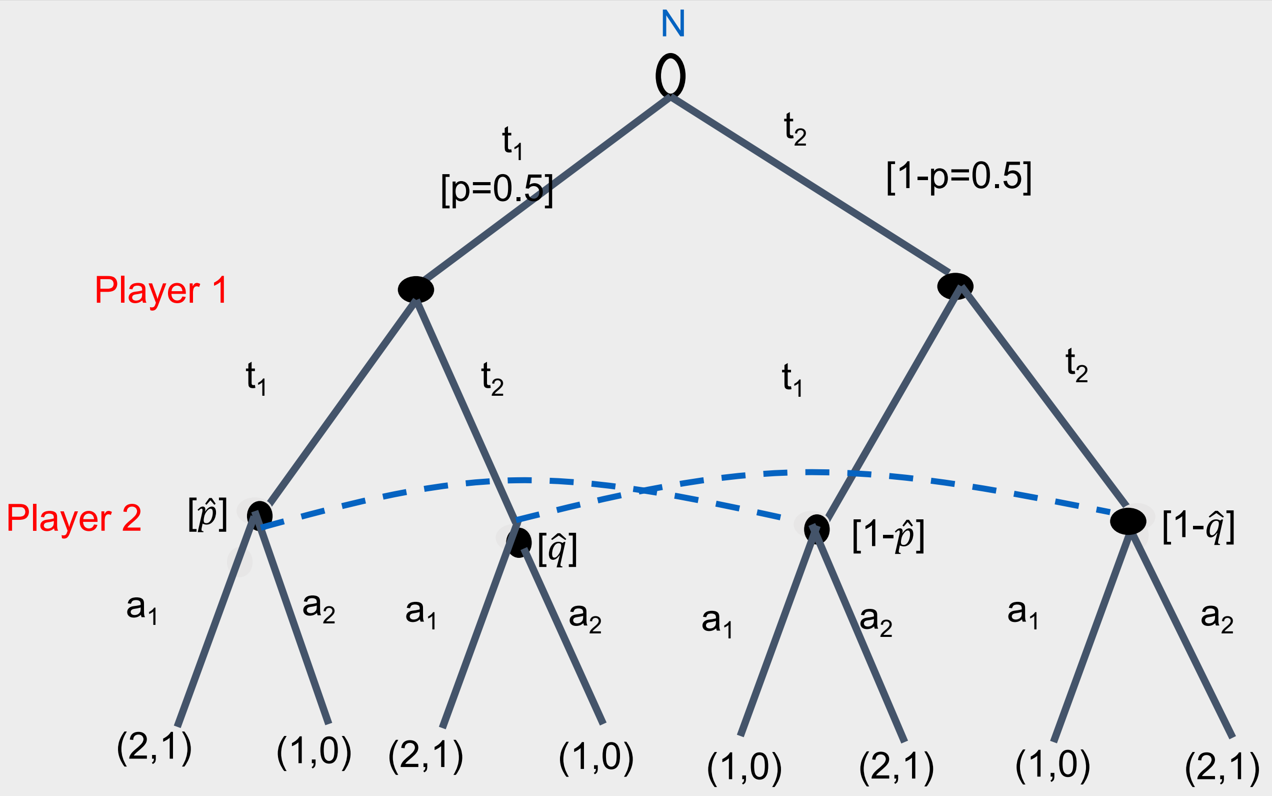
7.2.1 声明的信息传递作用

行为方行为

声明方类型		a_1	a_2
	t_1	2，1	1，0
	t_2	1，0	2，1

- 注:
  - 这里的矩阵不是博弈的策略表示.
  - 我们并没有描述声明方的声明策略

声明博弈



请判断以上策略哪种策略有可能构成完美贝叶斯均衡？

合并均衡

- 所有类型的声明方，都发送相同信号

7.2.1 声明的信息传递作用

- 2*2声明博弈

行为方行为

声明方类型	a_1	a_2
t_1	2，1	1，0
t_2	1，0	2，1

能传递信息的声明博弈

行为方行为

声明方类型	a_1	a_2
t_1	2，1	1，0
t_2	2，0	1，1

不能传递信息（不同类型声明方偏好相同）

行为方行为

声明方类型	a_1	a_2
t_1	2，1	1，0
t_2	1，1	2，0

不能传递信息（行为方对声明方类型无差异）

行为方行为

声明方类型	a_1	a_2
t_1	2，0	1，1
t_2	1，1	2，0

不能传递信息（声明方与行为方偏好相反）

7.2.2 连续型声明博弈

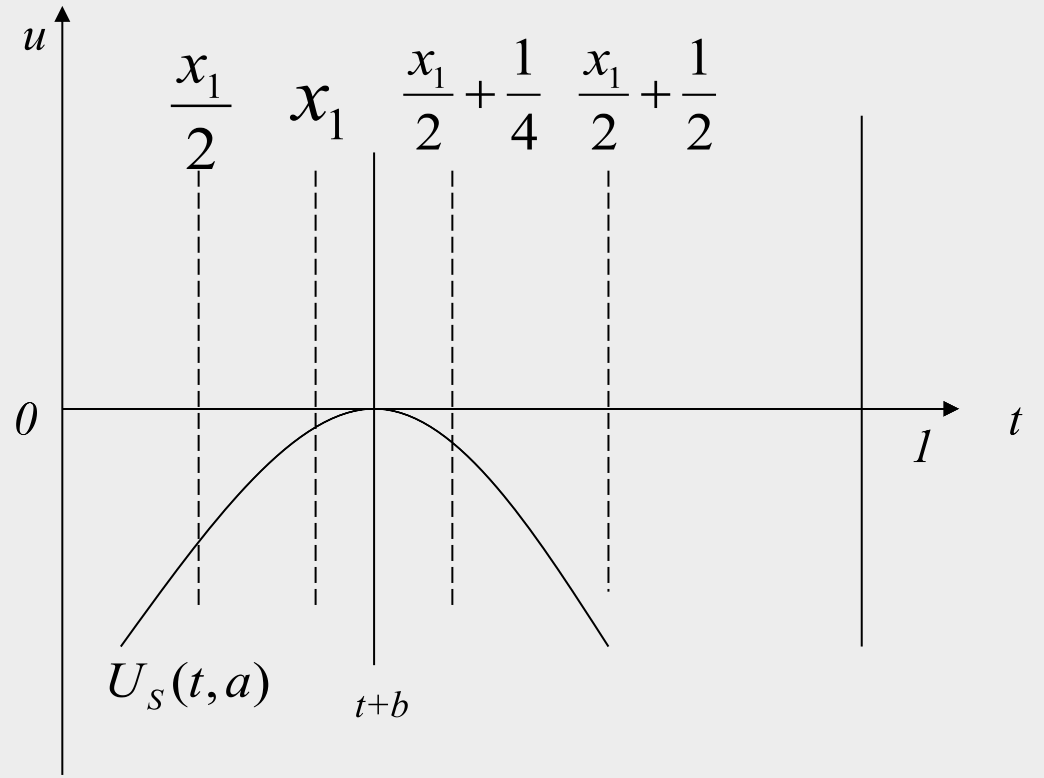
- 声明方类型标准分布于区间[0，1]，即T=[0，1]，行为方的行动空间A= [0，1]
- 声明方得益函数 $U_S(t,a)=-[a-(t+b)]^2$，行为方得益函数 $U_R(t,a)=-(a-t)^2$
- 可以看出，当声明方类型为t时，声明方最希望的行为方行为是 $a=t+b$，而行为方对自己最有利的行动是 $a=t$
- 声明方有可能作什么声明？
- 也就是声明方的类型为t有动力声明为max(t+b,1) 类型，当然行为方不一定相信

7.2.2 连续型声明博弈

- 克劳馥和索贝尔（Crawford-Sobel ，1982）证明，当b不等于0时，存在一种“部分合并均衡”的完美贝叶斯均衡。其基本特征是类型空间[0，1]被分成n个区间 $[0,x_1),[x_1,x_2),\cdots,[x_{n-1},1)$,属于同一区间类型的声明方作同样声明，在不同区间类型的声明方作不同声明。
- 先对n=2的简单分割进行论证。
- 这时类型空间分为 $[0,x_1)$和$[x_1,1]$，属于前一区间的声明方作一个同样声明，属于后一区间的声明方作另一同样声明。行为方听到前一种声明时根据期望利益最大化分析，确定出最佳行动是 $x_1/2$, 后一种情况时最佳行动是 $(x_1+1)/2$ 。
- 声明方清楚行为方的判断和决策思路，因此只有当声明方偏好 $x_1/2$ 时，才会声明自己属于 $[0,x_1)$，另一区间类似。而当行为方的行为离 $t+b$ 越近时，声明方得益越大，反之则越小，即声明方的偏好对称于 $t+b$ 点的。

7.2.2 连续型声明博弈

- 因此，两区间分界点 x_1 必须满足：t 小于 x_1 声明方的偏好 $x_1/2$ ，t 大于x_1的声明方都偏好$(x_1+1)/2$
- 也即在均衡下，对于任意类型为t的声明方应满足如下条件：
  - 当$t< x_1$ ，$t+b<M$，使得 t 小于 x_1 的声明方偏好 $x_1/2$
  - 当$t> x_1$ ，$t+b>M$，使得 t 大于 x_1 的声明方偏好$(x_1+1)/2$
  - 当$t= x_1$ ，$t+b=M$，使得 t 等于 x_1 的声明方对于$x_1/2$和$(x_1+1)/2$无差异
- 其中 $M=\left(\frac{x_1}{2}+\frac{x_1+1}{2}\right)\Big/2$



连续型声明博弈的部分合并均衡

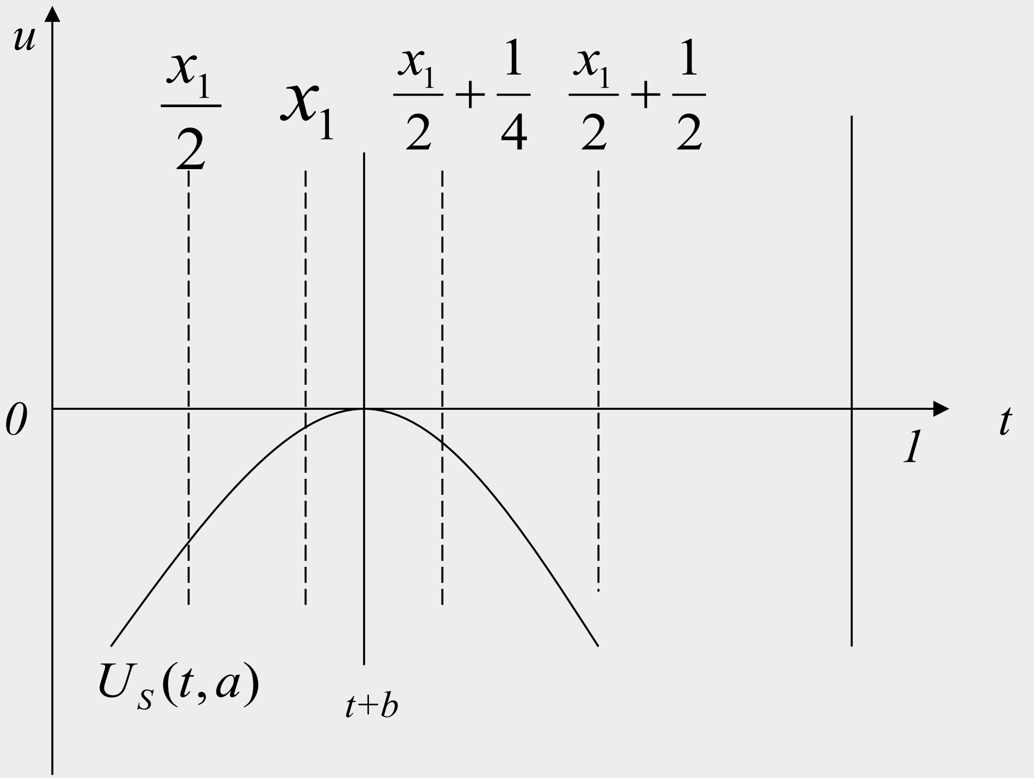
7.2.2 连续型声明博弈

- 因此，两区间分界点 x_1 必须满足：小于 x_1 的偏好 $x_1/2$ ，大于 x_1 的都偏好 $(x_1+1)/2$
- 那么 x_1 所代表类型的声明方最希望的行为方行为正好处于 $x_1/2$ 和 $(x_1+1)/2$ 的中点，即：

$$x_1 + b = \left(\frac{x_1}{2} + \frac{x_1+1}{2}\right)\Big/2$$

整理得： $x_1 = 0.5 - 2b$

- 由于 $x_1 > 0$，则 $b < 0.25$。即只有当 $b < 0.25$ 时才有可能存在两部分合并均衡，如果 $b \geq 0.25$ ，则双方偏好相差太大，这种最低限度的信息传递也不可能存在。



连续型声明博弈的部分合并均衡

7.2.2 连续型声明博弈

- **部分合并完美贝叶斯均衡的区间划分和数量**
- 两区间部分合并均衡区间长度不等长 $x_1=0.5-2b$，前一个区间的长度是 $x_1-0=0.5-2b$，后一个区间的长度为 $1-x_1=0.5+2b$，后一个区间长 $4b$。
- 结论对更多区间的部分合并均衡也成立。n 区间，$[x_{k-1},x_k)$ 是之一，长度为 c，行为方对该区间类型最优行为 $(x_{k-1}+x_k)/2$，对后一区间 $[x_k,x_{k+1})$ 类型的最佳行为 $(x_k+x_{k+1})/2$。两个区间交界处类型声明方偏好的行为，须在 $(x_{k-1}+x_k)/2$ 和 $(x_k+x_{k+1})/2$ 间无差异：

$$x_k+b=\frac{1}{2}\left(\frac{x_{k-1}+x_k}{2}+\frac{x_k+x_{k+1}}{2}\right)$$

7.2.2 连续型声明博弈

- 因为$(x_{k-1}+x_k)/2 = x_k - c/2$，代入上式，得：

$$x_k + b = \frac{1}{2}\left(x_k - \frac{c}{2} + \frac{x_k + x_{k+1}}{2}\right)$$

化简得$x_{k+1} - x_k = c + 4b$。后一个区间比前一个区间长$4b$

7.2.2 连续型声明博弈

- 设将类型区间[0，1]分n个小区间时第一个区间长度d，第二个区间长度必须$d+4b$，第三个区间长度必须 $d+8b$，⋯， n 个区间总长度必须为1。

$$d+(d+4b)+\ldots+[d+(n-1)\cdot(4b)]=nd+n(n-1)\cdot(2b)=1$$

- 给定任何一个满足$n(n-1)\cdot(2b)<1$的n，都存在满足上述等式的d。因此存在分n个区间的部分合并均衡的必要条件是不等式$n(n-1)\cdot(2b)<1$必须成立。
- 从该关于n的一元二次不等式中可解得，部分合并均衡可以分成的最大区间个数$n^*(b)$必须小于$\dfrac{1+\sqrt{1+2/b}}{2}$。

7.2.2 连续型声明博弈

结论

- b越小，则信息交流越充分，b越大，则信息交流越少越困难；
- 当$b\geq0.25$时，$n^*(b)=1$，即信息交流完全不可能发生，因为双方的偏好差距太大；
- 当b趋向于0时，$n^*(b)$趋向于无穷大，也即信息接近充分交流，声明方接近能声明自己的真实类型；
- 只要b不等于0，即双方偏好不完全一致，信息交流不可能真正完全。

多选题

下列说法正确的是

- A 声明博弈中声明方的声明是无成本或者成本很小
- B 声明博弈中行为方的声明是无成本或者成本很小
- C 声明博弈的完美贝叶斯均衡都可以有效传递信息
- D 声明博弈是完全且完美信息动态博弈

多选题

下列说法正确的是　A

- A　声明博弈中声明方的声明是无成本或者成本很小
- B　声明博弈中行为方的声明是无成本或者成本很小
- C　声明博弈的完美贝叶斯均衡都可以有效传递信息
- D　声明博弈是完全且完美信息动态博弈

7.3 信号博弈 (Signaling game)

7.3.1 行为传递的信息和信号机制

7.3.2 信号博弈模型和完美贝叶斯均衡

7.3.3 股权换投资

7.3.4 劳动市场信号博弈

7.3.1 行为传递的信息和信号机制

- 萨摩亚岛居民的纹身；孔雀开屏；蛙鸣；教育信号；广告信号
- 二手车模型中昂贵的承诺，还比如”无理由退货“，”终身质保“

- 信号：经济或其他活动中具有信息传递作用的行为
- 信号机制：通过信号传递信息的过程
- 信号发出方：通过行为传递信息的一方
- 信号接收方：获得信息的一方

7.3.2 信号博弈模型

✓信号博弈：是一类在两个博弈方之间的不完全信息动态博弈总称。这种博弈中的两个博弈方各自都只有一次行为，后行为的一方具有不完全信息，但是他可以从先行为一方的行动中获得部分信息，因此先行为一方的行为对后行为的一方来讲就好像是一种反映其得益函数的信号，因此这种博弈被称之为“信号博弈”。

✓信号发出方/信号接收方

7.3.2信号博弈模型

S：信号发出方；R：表示信号接收方

U_S、U_R分别表示S和R的得益

S的类型空间：$T=\{t_1, \ \ldots, \ t_I\}$

S的行为空间：$M=\{m_1, \ \ldots, \ m_J\}$

R的行为空间：$A=\{a_1, \ \ldots, \ a_K\}$

博弈方0为S选择类型的概率分布： $\{p(t_1),\ldots, \ p(t_I)\}$

7.3.2信号博弈模型

一个信号博弈可以表示为：

1. 博弈方0以概率 $p(t_i)$选择类型t_i，并让S知道；
2. S选择行为m_j；
3. R看到m_j后选择行为a_k;
4. S和R的得益u_S和u_R都取决于t_i，m_j和a_k。

7.3.2信号博弈完美贝叶斯均衡

完美贝叶斯均衡需要满足的几个条件：

- （要求1）信号接收方R在观察到信号发出方S的信号m_j之后，必须有关于S的类型的判断，即S选择m_j时，S是每种类t_i的概率分布

$$p\left(t_i \middle| m_j\right) \geq 0, \sum p\left(t_i \middle| m_j\right) = 1$$

- （要求2—信号接收方）给定R的判断 $p\left(t_i \middle| m_j\right)$ 和S的信号m_j，R的行为$a^*(m_j)$ 必须使R的期望得益最大，即$a^*(m_j)$能实现：

$$\max_{a_k} \sum_{t_i} p(t_i | m_j) U_R(t_i, m_j, a_k)$$

7.3.2信号博弈完美贝叶斯均衡

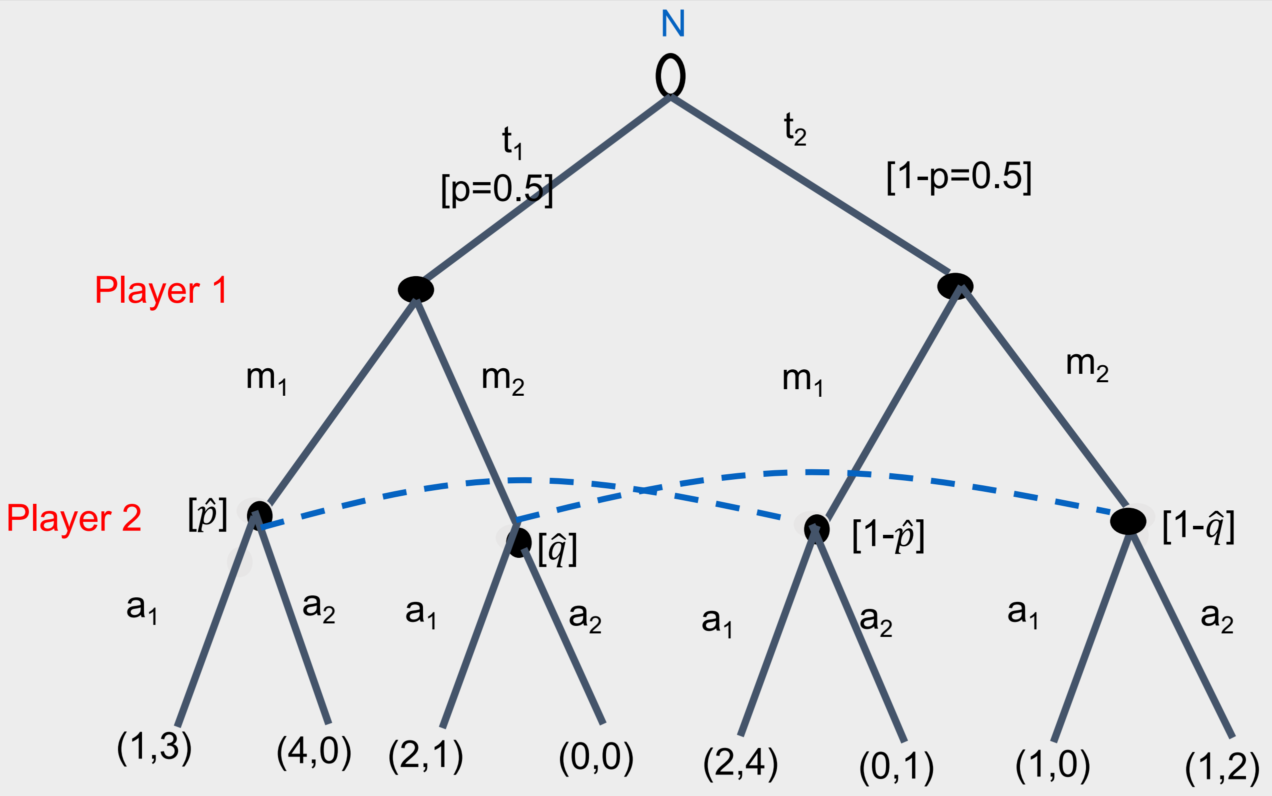
- （要求2——信号发送方）给定R的策略$a^*(m_j)$时，S的选择$m^*(t_i)$必须使得S的得益最大，即$m^*(t_i)$必须满足：

$$\max_{m_j} U_S[t_i, m_j, a^*(m_j)]$$

- （要求3）对每个$m_j \in M$,如果存在 $t_i \in T$, 使得 $m^*(t_i) = m_j$ 则R在对应于m_j的信息集处的判断必须符合S的策略和贝叶斯法则。

- （要求4）即使不存在$t_i \in T$ 使得 $m^*(t_i) = m_j$, R在m_j对应的信息等处的判断仍要符合S的均衡策略和贝叶斯法则。

信号博弈



通常我们，我们关注如下四种可能策略是否构成PBE：

混同策略（m_1,m_1）

混同策略（m_2,m_2）

分离策略（m_1,m_2）

分离策略（m_2,m_1）

请判断以上策略哪种策略有可能构成完美贝叶斯均衡？

7.3.3股权换投资

背景：企业上新项目，需要一笔外部投资。该企业的盈利能力只有自己知道，而潜在的投资者也不能看到该企业的真是的盈利能力。

假设该企业向潜在的投资者给予一定的股份换取投资，那么，在什么样的情况下提议会被接受，同时，企业给多少股份比较合适？

我们需要将此问题转化为一个简单的信号博弈问题。

7.3.3股权换投资

设现有企业的利润有高低两种可能，

$$\pi = H或\pi = L,\quad H > L > 0$$

设新项目所需投资为 I ，而他的收益为R，那么这个项目要有吸引力，它的收益必须大于将 I 投资到他处的利益，设他处的利益率为r ，则$R > I(1+r)$ 是基本的前提条件，将该博弈改写成如下信号博弈模型：

7.3.3股权换投资

1. 自然随机决定该企业的原有利润π是高还是低，已知 $P(\pi=H)$=p, $P(\pi=L)$=1-p
2. 企业自己了解π，愿出S比例股权换回投资 I
3. 投资人看到S，但看不到π，只知道π是高或低的概率，然后选择接受企业提议还是拒绝
4. 如投资人拒绝，则投资人得益为 $I(1+r)$ ，企业得益为π；投资人接受，则其得益 $S(\pi+R)$ ，企业得益 $(1-S)(\pi+R)$

7.3.3股权换投资

1. 合并完美贝叶斯均衡，S 满足下列条件， H和L类型融资方接受，投资方也接受

$$\frac{I(1+r)}{pH+(1-p)L+R} \le S \le \frac{R}{H+R} \le \frac{R}{L+R}$$

2. 分离均衡，低类型选择 $S_L = I(1+r)/(L+R)$ ，投资方接受 $S_L(L+R) \ge I(1+r)$

高类型选择 $S_H < I(1+r)/(H+R)$ ，投资方不接受 $S_H(H+R) < I(1+r)$

启示：低质量融资方更愿意出让高股权，现实中高质量融资方更愿意披露更多的信息

7.3.4劳动市场信号博弈

1.自然随机决定一个工人的生产能力η, η 有高低两种可能,分别记为H和L.并且自然选择能力高低的概率p(η = H)和p(η = L)是公共的知识。

2.工人清楚自己的生产能力属于高还是低，然后他为自己选择一个受教育的水平e≥0。

3.两厂商都观察到工人的受教育水平（注意不是他的能力），然后同时提出愿支付给工人的工资率。

4.工人接受工资率较高的一份工作，如两厂商所出工资率相同，则随机决定为谁工作。用W记工人接受工作时的工资率。

7.3.4劳动市场信号博弈

- 在的上面博弈中，工人的得益为W - C(η,e)，其中C(η,e)是该能力 η，受教育程度为e的工人劳动的成本；雇到该工人的厂商的得益为y(η,e)-W，其中y(η,e)是该工人的生产率，设雇到该工人的厂商的得益为0。
- 因为该博弈中工人选择受多少教育对厂商来讲是一个工人生产能力高低的信号，因此这是一个信号博弈问题。但是与前面的有差异，本博弈中的信号接受方是两个而不是一个，严格这是一个三个博弈方之间有同时选择的两个阶段不完全信息信号博弈。

7.3.4劳动市场信号博弈

- 存在两个厂商相互竞争的雇主的特征体现在厂商均衡策略的决定方式上，由于本模型中存在两个厂商，雇不到工人的厂商的得益（即利润）为0,因此两厂商之间的竞争必然会使厂商的期望得益趋向于0，即对厂商来说，其最佳策略是让工资接近其生产率。

7. 3. 4劳动市场信号博弈

对受教育程度e的具体含义的理解

- e可以是小学、中学、专科、本科、研究生，或者学士、硕士、博士等学历学位等级，也可以是学习年限、修读课程数量和成绩绩点等，也可以理解为所读学校质量优劣的程度。为方便分析，这里把教育水平e当做连续变量处理

7.3.4劳动市场信号博弈

- 前面的假设：两个厂商同时作为信号接收方，并且他们之间的竞争会使他们所做出的工资率相当于工人的劳动生产率。
- 为了保证上述假设的成立，必须再假设两厂商在观察到工人的受教育程度e以后，对工人的能力有相同的判断 $p(H|e)$ 和 $p(L|e)=1-p(H|e)$

这样两厂商愿意出的工资率为：

$$W(e)=p(H|e)\cdot y(H|e)+(1-p(H|e))\cdot y(L|e)$$

7.3.4劳动市场信号博弈

- 完全信息的博弈：工人的真正能力非但他自己知道，而且两个厂商也很清楚。

- 设这个工人的能力为η，受教育程度为e，则能挣工资W(e)=y(η，e)，工人选择受多少教育e的决策是要使e满足：$\max\limits_{e}\left[y(\eta,e)-C(\eta,e)\right]$

  设其解为e*(η)，则 $W^{*}(\eta)=y\left[\eta,e^{*}(\eta)\right]$

7.3.4劳动市场信号博弈

- 不完全信息：给低能力的工人提供了伪装成高能力工人的可能性，但是低能力的人伪装成高能力具有较多的教育的同时，要看他获得的和付出的代价是否相比合算，当满足下列条件时：$W^*(L)-C[L,e^*(L)]<W^*(H)-C[L,e^*(H)]$，低能力工人有利可图，如果不能满足，最好还是不要弄虚作假。分离均衡需满足以下条件：

$$W^*(L)-C[L,e^*(L)]\geq W^*(H)-C[L,e^*(H)]$$

低能力不偏离条件

$$W^*(H)-C[H,e^*(H)]\geq W^*(L)-C[H,e^*(L)]$$

高能力不偏离条件

$$\Downarrow$$

$$C[H,e^*(H)]-C[H,e^*(L)]\leq C[L,e^*(H)]-C[L,e^*(L)]$$

高能力者提升教育水平成本更低

- 在上述的不完全信息的博弈中，同样存在合并均衡、分开均衡、以及混合均衡

练习

- **例子：**考虑一个劳动力市场信号博弈，劳动力有3种类型t=2,4,8,其中t代表该工人的生产率，三种类型的先验概率均为1/3。类型t工人的收益函数为w-e/t，其中w是工资，e是其受教育程度。现在有2家公司在竞争招聘工人，其提供的工资与其期望生产率相等。问：

- 1. 找到一个分离均衡（分开均衡）满足3种不同类型的员工选择不同的教育水平，其中最高的教育水平为38

- 2. 存不存在一个混同均衡（合并均衡）满足3种类型的员工都选择同样的教育水平e=5

多选题

下列说法错误的是

- A 信号博弈信号接受方需要付出一定的成本来接受信号
- B 信号博弈中信号发送方一般需要付出一定的成本来发送信号
- C 信号博弈需用贝叶斯纳什均衡来分析
- D 信号博弈的完美贝叶斯均衡均能有效传递私有信息

多选题

下列说法错误的是 ACD

- A 信号博弈信号接受方需要付出一定的成本来接受信号
- B 信号博弈中信号发送方一般需要付出一定的成本来发送信号
- C 信号博弈需用贝叶斯纳什均衡来分析
- D 信号博弈的完美贝叶斯均衡均能有效传递私有信息

7.4 不对称信息下的讨价还价

厂商和工会之间关于工资谈判和讨价还价：

- 设厂商的利润π（支付工资前的利润）是厂商的内部信息，工会无法知道，工会只知道厂商的利润是标准分布于区间[0,1]上。
- 工人不会被厂商雇佣就会失去全部收入，收入为0，没有其他工作机会
- 厂商和工会的讨价还价最多只能进行两个回合，每个回合都是由工会提出工资要求，由厂商选择是否接受。

7.4不对称信息下的讨价还价

- 如果第一个回合双方都接受，博弈结束，否则进入第二个回合；
- 如果在第二个回合中协议达成，双方的得益要有所折扣。（折扣系数为δ）

设工会第一回合提出的工资(得益)为W_1, 厂商接受其得益$\pi - W_1$；第二个回合工会要求的工资为W_2，得益为δW_2, 厂商得益为$\delta(\pi - W_2)$，若第二回合没有达成协议，则双方得益为0。

7.4 不完全信息的工会和厂商谈判

1.工会第一回合要求工资$w_1^* = \dfrac{(2-\delta)^2}{2(4-3\delta)}$

2.如果厂商的利润π超过$\pi_1^* = \dfrac{2-\delta}{4-3\delta}$则厂商接受$w_1^*$,否则拒绝$w_1^*$

3.如果第一回合的工资要求被拒绝，工会将对厂商利润的判断修改为标准分布于$[0,\pi_1^*]$，第二回合工资$w = \dfrac{1}{2}\pi_1^* = \dfrac{1}{2}(\dfrac{2-\delta}{4-3\delta})$

4.如果厂商的利润π超过w_2^*，则接受该工资要求，否则拒绝