



经济博弈论

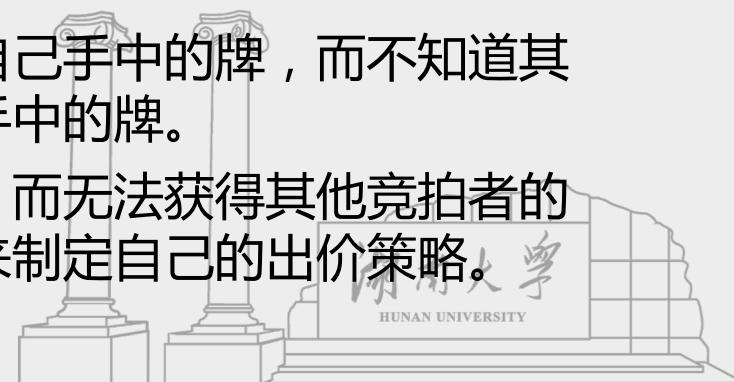
第六章 不完全信息静态博弈





不完全信息

- **完全信息**是指参与人相互完全了解所有参与人的特征类型、策略空间和收益函数，也即这些信息对所有参与者来说是**共同知识**。
- 在博弈论中，**不完全信息**指某些参与人在博弈中无法获得其他参与人的全部信息，也就是说，某些参与人不能完全了解其他参与人的特征类型、策略空间和收益函数。
- 不完全信息使得参与人必须基于已知的信息和对其他参与人的猜测来做出决策。
- 以下是一些不完全信息的例子：
- **扑克牌**：扑克牌是一种非常典型的不完全信息博弈，每个玩家只知道自己手中的牌，而不知道其他玩家的牌。这使得玩家必须根据其他玩家的下注和表现来猜测他们手中的牌。
- **拍卖**：在拍卖中，每个竞拍者只知道自己自己的估价和其他竞拍者的出价，而无法获得其他竞拍者的全部信息。这使得竞拍者必须根据自己的估价和对其他竞拍者的猜测来制定自己的出价策略。





不完全信息静态博弈

- 不完全信息静态博弈是指在博弈开始前，博弈参与者对于对手的策略、偏好、信息等不完全了解，需要在不完全信息的情况下同时或可看做同时制定最优策略的博弈形式。在这种博弈中，参与者需要通过对对手可能采取的行动进行分析和猜测，从而制定出自己的策略。
- 这种博弈形式常常出现在现实生活中，比如密封拍卖，市场竞争、社交互动等场景中。不完全信息静态博弈是博弈论的一个重要分支，也是实际应用较为广泛的博弈形式之一。





不完全信息静态博弈

- 密封拍卖
- 第一价格密封拍卖 (First-price sealed-bid auction) 和第二价格密封拍卖 (Vickrey auction or Second-price sealed-bid auction)
- 市场竞争
- 市场竞争中存在着许多不确定性和信息不对称。企业需要通过市场调研、广告宣传、品牌建设等手段获取对手的信息，以便在竞争中制定最优策略。但是，在获取信息的过程中，也存在着不确定性和风险，需要在有限的时间和资源内做出最佳决策。
- 社交互动
- 在社交互动中，参与者需要通过观察对手的行为和语言，推断对方的意图和心理，从而做出最佳决策。这种情况下，参与者对对手的信息是不完全的，需要通过观察和推断来获取信息。





不完全信息下追求对象博弈

被追求者对于追求者的品德的信息是不完全的

品德优良概率 (x)

张三

$$100x + (-100)(1-x) > 0$$

当 x 大于 $1/2$ 时，接受求爱

品德恶劣概率 ($1-x$)

张三

求
不求

求
不求

		李四	
		接受	不接受
张三	求	100, 100	-50, 0
	不求	0, 0	0, 0

李四

		李四	
		接受	不接受
张三	求	100, -100	-50, 0
	不求	0, 0	0, 0





不完全信息下的市场进入静态博弈

进入者关于在位者成本信息是不完全的

		在位者	
		高成本情况 p	低成本 $1-p$
		默许	斗争
进入者	进入	40, 50	-10, 0
	不进入	0, 300	0, 300
		默许	斗争
		30, 80	-10, 100
		0, 400	0, 400

进入者的最优选择依赖于他在多大程度上认为在位者是低成本的

假定进入者认为在位者是高成本的概率是 p ，低成本的概率是 $1-p$ ，那么，进入者选择进入的期望利润是 $p(40) + (1-p)(-10)$ ，选择不进入的利润是 0，因此，进入者的最优选择是：如果 $p \geq 1/5$ ，进入；如果 $p < 1/5$ ，当 $p=1/5$ 时，进入与不进入是无差异的，我们假定其进入。





6.1 静态贝叶斯博弈 和贝叶斯纳什均衡



- 不完全信息的古诺模型
- 静态贝叶斯博弈的一般表示
- 海萨尼转换
- 贝叶斯纳什均衡





6.1.1 不完全信息的古诺模型

- 定义：假定在古诺模型中，各个厂商对彼此的得益不是共识的，则该模型称为“不完全信息古诺模型”。由于模型中的两个厂商在信息方面是不平等，不对称的，因此有时也称其为“不对称信息的古诺模型”。





6.1.1 不完全信息的古诺模型

描述：市场需求为 $P(Q) = a - Q$ ，其中 Q 为市场总产量，为两厂商产量 q_1 和 q_2 之和，即 $Q = q_1 + q_2$ 。

厂商1的成本函数为 $C_1 = C_1(q_1) = C_1 q_1$ ，即无固定成本，边际成本为 C_1 ，它是两个厂商都清楚的。

厂商2的成本函数却只有厂商2自己完全清楚，厂商1只知道有两种可能性，

- 一种是 $C_2 = C_2(q_2) = C_H q_2$ ，概率为 θ ，
- 另一种是 $C_2 = C_2(q_2) = C_L q_2$ ，概率为 $1 - \theta$ ， $C_H > C_L$





6.1.1 不完全信息的古诺模型

厂商2在边际成本是较高的 C_H 时会选择较低的产量，而在边际成本为较低的 C_L 时会选择较高的产量。

厂商1在做出自己的产量决策时当然会考虑厂商2的这种行为特点。设厂商1的最佳产量为 q_1^*

厂商2的边际成本为 C_H 时的最佳产量为 $q_2^*(C_H)$ ，边际成本为 C_L 时的最佳产量为 $q_2^*(C_L)$ ，根据上面的假设， $q_2^*(C_H)$ 满足下式：

$$\max_{q_2} [(a - q_1^* - q_2) - C_H] q_2$$





6.1.1 不完全信息的古诺模型

$q_2^*(C_L)$ 满足: $\max_{q_2} [(a - q_1^* - q_2) - C_L] q_2$

q_1^* 满足: $\max_{q_1} \{\theta [a - q_1 - q_2^*(C_H) - C_1] q_1 + (1 - \theta) [a - q_1 - q_2^*(C_L) - C_1] q_1\}$

即厂商2是在不同边际成本下分别根据 q_1^* 求出使自己取得最大得益的产量。而厂商1则根据 $q_2^*(C_H)$ 和 $q_2^*(C_L)$ 及它们出现的概率求出使自己获得最大期望得益的产量。





6.1.1 不完全信息的古诺模型

上述三个最大值问题的一阶条件为：

$$q_2^*(C_H) = \frac{a - q_1^* - C_H}{2}$$

$$q_2^*(C_L) = \frac{a - q_1^* - C_L}{2}$$

$$q_1^* = \frac{1}{2} \{ \theta [a - q_2^*(C_H) - C_1] + (1-\theta) [a - q_2^*(C_L) - C_1] \}$$

解由这三个方程构成的方程组得：

$$q_2^*(C_H) = \frac{a - 2C_H + C_1}{3} + \frac{1-\theta}{6}(C_H - C_L)$$

$$q_2^*(C_L) = \frac{a - 2C_L + C_1}{3} - \frac{\theta}{6}(C_H - C_L)$$

$$q_1^* = \frac{a - 2C_1 + \theta C_H + (1-\theta) C_L}{3}$$





6.1.1 不完全信息的古诺模型

- 与完全信息古诺模型比较

完全信息古诺模型中的的产量

$$q_1^* = \frac{a - 2C_1 + C_2}{3} \quad q_2^* = \frac{a - 2C_2 + C_1}{3}$$

$$C_2 = C_H \quad q_2^*(\theta, C_H) > q_2^*(C_H), \quad q_1^*(\theta, C_H) < q_1^*(C_H)$$

$$C_2 = C_L \quad q_2^*(\theta, C_L) < q_2^*(C_L), \quad q_1^*(\theta, C_L) > q_1^*(C_L)$$





6.1.2 静态贝叶斯博弈的一般表示

- 完全信息博弈的一般表达式为 $G = \{S_1, \dots, S_n; u_1, \dots, u_n\}$

S_i 为博弈方 i 的策略空间，即他的全体可选策略集合，而 u_i 为博弈方 i 的得益函数。在完全信息静态博弈中，一个博弈方的一个策略就是一次选择或一个行动，用 a_i 表示博弈方 i 的一个行动，而用 A_i 表示他的行动空间（全部可能的 a_i 构成的集合），则完全信息静态博弈可表达为

$G = \{A_1, \dots, A_n; u_1, \dots, u_n\}$ 其中 u_i 为各博弈方都相互知道的，即当 a_i 确定后， u_i 就随之确定了，并且是公开的信息和知识。





6.1.2 静态贝叶斯博弈的一般表示

- 在静态贝叶斯博弈中，关于得益的信息是不公开的，如何表示这种特征呢？

将博弈中某些博弈方对其他博弈方**得益**的不了解**转化**成对这些博弈方“**类型**”的不了解，是一种“**追根溯源**”的方法。

这里的类型是相应的博弈方自己清楚而他人无法肯定的私人内部信息、有关情况或数据等。





6.1.2 静态贝叶斯博弈的一般表示

- 用 t_i 表示博弈方*i*的类型，并用 T_i 表示博弈方*i*的**类型空间**（全部可能类型的集合），则 $t_i \in T_i$ 。用 $u_i(a_1, \dots, a_n, t_i)$ 来表示博弈方*i*在策略组合 (a_1, \dots, a_n) 下的得益，因为这个得益函数中含有一个反应该博弈方类型的变量 t_i ，并且该变量的取值是博弈方*i*自己知道而其他博弈方并不清楚的，因为正好可以反应静态贝叶斯博弈中的信息不完全的特征。





6.1.2 静态贝叶斯博弈的一般表示

- 静态贝叶斯博弈的一般表达式为：

$$G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$$

其中 A_i 为博弈方 i 的行动空间（策略空间）， T_i 是博弈方 i 的类型空间，博弈方 i 的得益 $u_i = u_i(a_1, \dots, a_n; t_i)$ 为策略组合 (a_1, \dots, a_n) 和类型 t_i 的函数。推断 $p_i = P(t_{-i} | t_i)$ 描述了博弈方 i 在知道自己的类型 t_i 的条件下，对其他的 $n-1$ 个参与者的可能类型组合 t_{-i} 的不确定性的判断或概率分布。其中， $t_{-i} = \{t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n\}$

请思考不完全信息古诺竞争的静态贝叶斯博弈如何表示？





6.1.2 静态贝叶斯博弈的一般表示

- 静态贝叶斯博弈的一般表达式为：

$$G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$$

其中 A_i 为博弈方 i 的行动空间（策略空间）， T_i 是博弈方 i 的类型空间，博弈方 i 的得益 $u_i = u_i(a_1, \dots, a_n; t_i)$ 为策略组合 (a_1, \dots, a_n) 和类型 t_i 的函数。推断 $p_i = P(t_{-i} | t_i)$ 描述了博弈方 i 在知道自己的类型 t_i 的条件下，对其他的 $n-1$ 个参与者的可能类型组合 t_{-i} 的不确定性或概率分布。

请思考不完全信息古诺竞争的静态贝叶斯博弈如何表示？

- $A_1 = A_2 = [0, \infty]$
- $T_1 = \{t_1\} = \{c\}, T_2 = \{t_{21}, t_{22}\} = \{c_H, c_L\}$
- $p_1 = (\theta, 1 - \theta), \theta = P(t_{21} | t_1), 1 - \theta = P(t_{22} | t_1)$
- $p_2 = P(t_1 | t_{21}) = P(t_1 | t_{22}) = 1$





静态贝叶斯博弈的一般表示

- 假如有3个博弈方
- $T_1=\{t_1\}$, $T_2=\{t_{21}, t_{22}\}$, $T_3=\{t_{31}, t_{32}, t_{33}\}$
- $T_{-1}=\{(t_{21}, t_{31}), (t_{21}, t_{32}), (t_{21}, t_{33}), (t_{22}, t_{31}), (t_{22}, t_{32}), (t_{22}, t_{33})\}$
- $p_1=\{P(t_{-1}|t_1)\}$, for all $t_{-1} \in T_{-1}$, $t_1 \in T_1$
- $T_{-2}=\{(t_1, t_{31}), (t_1, t_{32}), (t_1, t_{33})\}$
- $p_2=\{P(t_{-2}|t_2)\}$, for all $t_{-2} \in T_{-2}$, $t_2 \in T_2$
- $T_{-3}=\{(t_1, t_{21}), (t_1, t_{22})\}$
- $p_3=\{P(t_{-3}|t_3)\}$, for all $t_{-3} \in T_{-3}$, $t_3 \in T_3$





6. 1. 3 海萨尼转换

- 基本思路：将静态博弈转化为动态博弈

(1) 假设有一个名为 “**自然**” 的博弈方0，该博弈方的作用是先为其他每个博弈方抽取他们的类型，抽取的这些类型构成类型向量

$t = (t_1, \dots, t_n)$, 其中 $t_i \in T_i$, $i=1, \dots, n$ 。

(2) “自然” 让每个博弈方知道自己类型的，但却不让其他博弈方知道。





6. 1. 3 海萨尼转换

(3) 除了“自然”以外的其他博弈方同时从自己的行动空间中选择行动方案 a_1, \dots, a_n .

(4) 除了博弈方0,即“自然”以外,其余博弈方各自取得收益 $u_i = u_i(a_1, \dots, a_n, t_i)$ 其中 $i=1, 2, \dots, n$.

这个博弈就是一个完全但不完美的动态博弈





6.1.3 海萨尼转换

- (1) - (4) 所描述的是一个完全但不完美信息的有同时选择的动态博弈。但是，容易看出 (1) - (4) 表达的博弈问题与一般不完全信息静态博弈 $G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$ 所表达的博弈问题是完全一样的。
- 也就是说通过(1)和(2)引进的“自然”这个假设的博弈方0的行动（随机选择n个博弈方的类型），把一个**不完全信息静态博弈**（即静态贝叶斯博弈）转化成了一个**完全但不完美信息的动态博弈**问题。此即所谓的“海萨尼转换”。
- 海萨尼转换本质上是把**类型的不确定性转换为进程的不确定性**
- **完美信息博弈**：在博弈论中，若每一个参与人采取行动时准确地掌握了其他参与人的行动以及在其采取行动之前其他参与人的行动，也即博弈中每个信息集都是单节点的博弈。





市场进入博弈：不完全信息静态博弈

		在位者	
		高成本情况	低成本情况
		扩大	不扩大
进入者	进入	-1, -1	1, 1
	不进入	0, 0	0, 3
		-2, 2	1, 1
		0, 4	0, 3

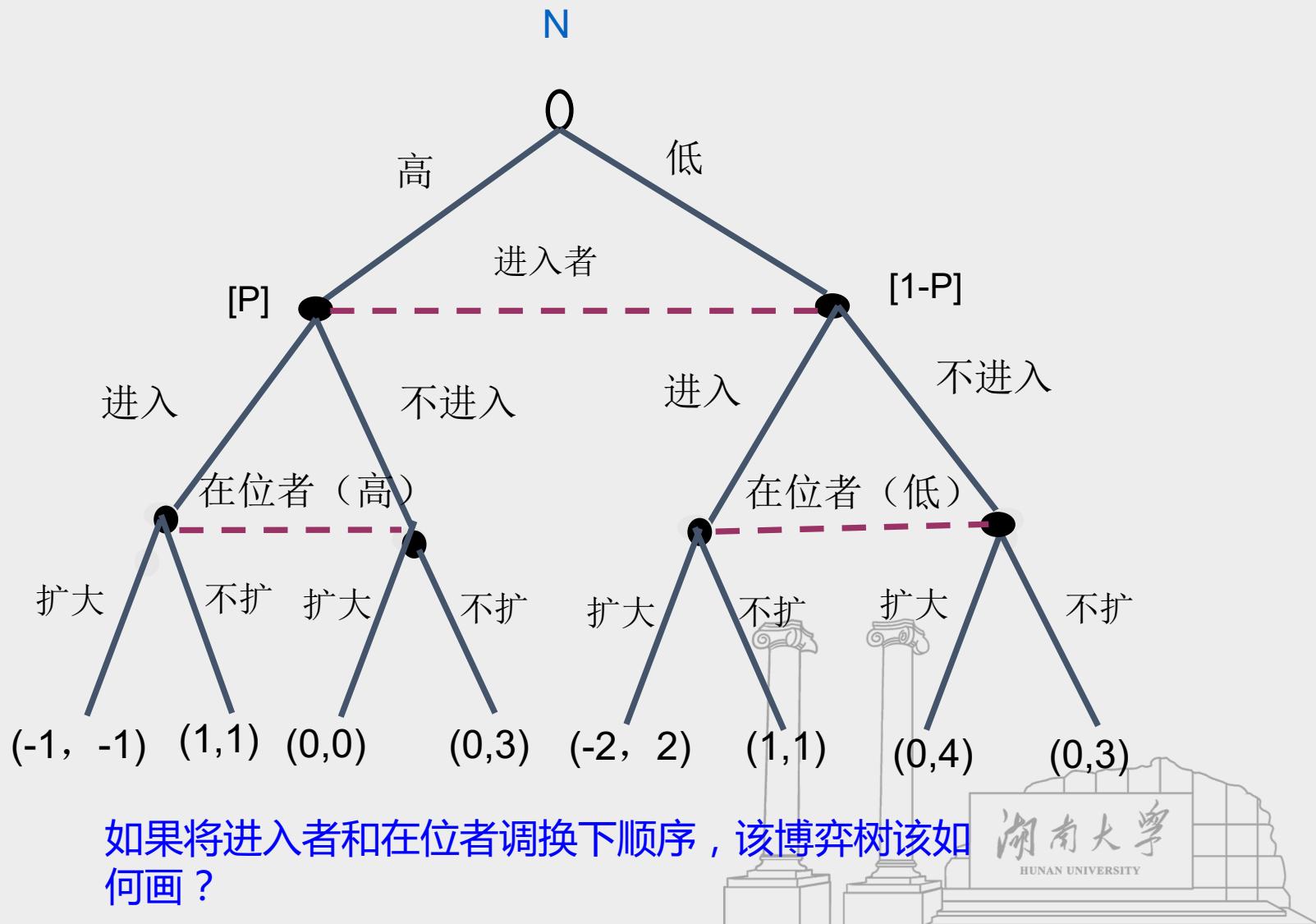
进入者似乎在与两个在位者博弈，一个是高成本的在位者，一个是低成本的在位者；如果在位者有T种不同的成本函数在位者就相当于与T个不同的在位者博弈





海萨尼转换

- 海萨尼提出了一个处理不完全信息的方法-引入一个虚拟的参与人“自然”，自然首先行动，选择决定参与人的特征（如成本函数），参与人知道自己的特征，其他参与人不知道
- 这样不完全信息博弈就转换为完全但不完美信息博弈
- 海萨尼转换本质上是把类型的不确定性转换为进程的不确定性





6.1.4 贝叶斯纳什均衡

- 定义：在静态贝叶斯博弈 $G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$

其中，博弈方*i*的一个策略是该博弈方自己的类型*t_i*的函数*A_i(t_i)*，其中*t_i*属于*T_i*。
A_i(t_i) 设定在自然抽取的博弈方*i*的类型为*t_i*的情况下，博弈方*i*从行动空间*A_i*中所选择的行动*a_i*。





6.1.4 贝叶斯纳什均衡

- 定义：在静态贝叶斯博弈

$$G = \{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$$

中，如果对任意博弈方*i*和他的每一种可能的类型 $t_i \in T_i, a_i^*(t_i)$
所选择的行动都能满足

$$\max_{a_i \in A_i} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} [u_i(a_1^*(t_1), \dots, a_{i-1}^*(t_{i-1}), a_i, a_{i+1}^*(t_{i+1}), \dots, a_n^*(t_n), t_i) p(t_{-i} | t_i)]$$

则 $a^* = (a_1^*(t_1), \dots, a_n^*(t_n))$ 就称为一个（纯策略）贝叶斯纳什均衡，即博弈中的任何一方都不会单独改变自己策略，哪怕只是一种类型下的一个行动。

$$p(t_{-i} | t_i) = \frac{p(t_{-i}, t_i)}{p(t_i)} = \frac{p(t_1, \dots, t_i, \dots, t_n)}{\sum_{t_{-i} \in T_{-i}} p(t_{-i}, t_i)}$$





不完全信息进入市场静态博弈：贝叶斯纳什均衡

市场进入博弈：不完全信息

		在位者	
		高成本 $1/2$	低成本 $1/2$
		扩大	不扩大
进入者	进入	-1, -1	1, 1
	不进入	0, 0	0, 3
		-2, 2	1, 1
		0, 4	0, 3

$G=\{A_1, \dots, A_n; T_1, \dots, T_n; p_1, \dots, p_n; u_1, \dots, u_n\}$ 如何表示？

如何找贝叶斯纳什均衡？





不完全信息进入市场静态博弈：贝叶斯纳什均衡

		在位者	
		高成本情况	低成本情况
		扩大	不扩大
进入者	进入	-1, -1	1, 1
	不进入	0, 0	0, 3
		扩大	不扩

$A_I = \{\text{进入}, \text{不进入}\}$

$A_2 = \{\text{扩大}, \text{不扩大}\}$

$T_I = \{t_1\}, T_2 = \{t_{21}, t_{22}\} \{ \text{高成本}, \text{低成本} \}$

$A_2(t_{21}) = \{\text{高成本扩大}, \text{高成本不扩大}\}$

$A_2(t_{22}) = \{\text{低成本扩大}, \text{低成本不扩大}\}$

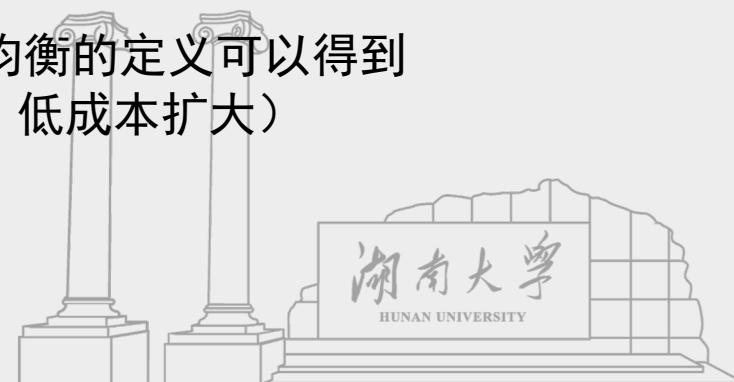
$p_I = (p, 1-p), p = P(t_{21}|t_1), 1-p = P(t_{22}|t_1)$

$p_2 = P(t_1|t_{21}) = P(t_1|t_{22}) = 1$

贝叶斯纳什均衡

$(a_1^*(t_1), a_2^*(t_{21}), a_2^*(t_{22}))$

2^3组合根据贝叶斯纳什均衡的定义可以得到
(不进入, 高成本不扩大, 低成本扩大)



海萨尼转换将不完全信息静态博弈转化为：

- A 完全且完美信息静态博弈
- B 完全且完美信息动态博弈
- C 完全但不完美信息动态博弈
- D 完全但不完美信息静态博弈



6.2 暗标拍卖—典型的静态贝叶斯博弈

- 基本**原则**: 投标人密封投标书投标, 标价最高者中标.
- **模型描述**: 假定只有两个投标人, 称其为博弈方1和博弈方2.
 - 他们对拍品的估价分别为 V_1 和 V_2 , 则博弈方 i 用价格 P 拍得拍品的效果为 $V_i - P$.
 - 设两博弈方的估价 V_1, V_2 是独立的, 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布, 各博弈方知道自己的估价和另一方估价的概率分布.





6.2 暗标拍卖—典型的静态贝叶斯博弈

博弈的进行如下：

1. 博弈方*i*的行动就是他的标价 b_i , 目标价是非负的, 因此其行动空间为 $A_i = [0, \infty)$ 。

如果考虑博弈方*i*在理智情况下决不会报出比自己对拍品的估价还要高的标价, 则行动空间 $A_i = [0, V_i]$.

2. 博弈方*i*的**类型即他的估价** V_i , 类型空间为 $T_i = [0, 1]$, 博弈方*i*的真实类型只有自己知道, 另一方只知道他的类型 V_i 是 $[0, 1]$ 上的均匀分布.

3. 两博弈方对对方类型的判断就是 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 即对方的估价取 $[0, 1]$ 中任何数值的机会都是均等的.





6.2 暗标拍卖—典型的静态贝叶斯博弈

博弈方*i*的得益函数

$$u_i = u_i(b_1, b_2, v_1, v_2) = \begin{cases} v_i - b_i & \text{当 } b_i > b_j \\ (v_i - b_i)/2 & \text{当 } b_i = b_j \\ 0 & \text{当 } b_i < b_j \end{cases}$$

当*i*=1时, *j*=2; 当*i*=2时, *j*=1.





6.2 暗标拍卖—典型的静态贝叶斯博弈

- 求解贝叶斯均衡：
 1. 构建两博弈方的策略. 博弈方*i*的策略为函数 $b_i(v_i)$.
 2. 贝叶斯纳什均衡: 如果策略组合 $[b_1(v_1), b_2(v_2)]$ 是一个贝叶斯纳什均衡, 则必须对每个博弈方*i*的每个类型 $v_i \in [0,1]$, $b_i(v_i)$ 都满足:

$$\max_{b_i} [(v_i - b_i)P\{b_i > b_j\} + \frac{1}{2}(v_i - b_i)P\{b_i = b_j\}]$$

其中 $b_i = b_i(v_i)$, $b_j = b_j(v_j)$ $i, j = 1, 2$



注意 $P\{b_i = b_j\} = 0$





6.2 暗标拍卖—典型的静态贝叶斯博弈

- 求解：

1. 构建两博弈方的策略空间. 博弈方*i*的策略空间为所有可能的函数关系 $b_i(v_i)$ 的集合.
2. 贝叶斯纳什均衡: 如果策略组合 $[b_1(v_1), b_2(v_2)]$ 是一个贝叶斯纳什均衡, 则必须对每个博弈方*i*的每个类型 $v_i \in [0,1]$, $b_i(v_i)$ 都满足:

$$b_i(v_i) = \frac{v_i + a_j}{2}$$

类似的, 对于j, 我们有

$$b_j(v_j) = \frac{v_j + a_i}{2}$$



$$a_i = a_j / 2, c_i = 1 / 2$$

$$a_j = a_i / 2, c_j = 1 / 2$$

$$a_i = a_j = 0$$





6.3 双方报价拍卖

- 问题描述：

有一个买方和一个卖方就某货物进行交易，交易的规则如下：买方和卖方同时各报一个价格，设买方的报价为 P_b ，卖方的价格为 P_s ，如果 $P_b \geq P_s$ ，则以 $P = (P_b + P_s) / 2$ 的价格成交，否则不成交。

假设买方对货物的估价为 V_b ，卖方的估价为 V_s ，并设 V_b 和 V_s 是 $[0, 1]$ 上的独立标准分布，且这一点是相互都知道的。





6.3 双方报价拍卖

- 设 $P_b(V_b)$ 和 $P_s(V_s)$ 分别为买方和卖方的策略。如果 $[P_b(V_b), P_s(V_s)]$ 是贝叶斯纳什均衡，则对任意的 $V_b \in [0,1]$, $P_b(V_b)$ 必须满足，

$$\max_{P_b} \left[V_b - \frac{P_b + E[P_s(V_s) | P_b \geq P_s(V_s)]]}{2} \right] P\{P_b \geq P_s(V_s)\}$$

其中, $E[P_s(V_s) | P_b \geq P_s(V_s)]$ 是在符合买方的出价大于卖方的要价的前提下, 买方期望卖方的要价。

更严谨的表达为

$$\max_{P_b} \int_0^{P_b} \left[V_b - \frac{P_b + x}{2} \right] f(x) dx, \quad x = P_s(V_s) \sim f(x)$$





6.3 双方报价拍卖

- 同样的，对于任意的 $V_s \in [0,1]$, $P_s(V_s)$ 必须满足：

$$\max_{P_s} \left[\frac{P_s + E[P_b(V_b) | P_b(V_b) \geq P_s]}{2} - V_s \right] P\{P_b(V_b) \geq P_s\}$$

其中 $E[P_b(V_b) | P_b(V_b) \geq P_s]$ 则是在买方出价高于卖方要价的前提下，卖方期望买方的出价。





6.3 双方报价拍卖（一价均衡）

- 在给定 $[0,1]$ 中的任意一个数值 x , 令买方的策略为当 $V_b \geq x$ 时, $P_b = x$, 否则 $P_b = 0$; 同时令卖方的策略为当 $V_s \leq x$ 时, $P_s = x$, 否则 $P_s = 1$
- 给定买方的策略, 在有可能成交的情况下, 即
 $V_s \leq x \leq V_b$ 时, $P_s = x$ 是卖方能实现的最高要价, 任何 $P_s > x$ 都不能成交, 因此要价 $P_s = x$ 以求成交是最佳反应。而在 $V_s > x$ 的情况下, 要价 $P_s = x$ 成交的得益小于0, 干脆要价 $P_s = 1$ 。因此, 卖方的策略确实是对买方策略的最佳反应。同样, 买方的上述策略也是最佳反应



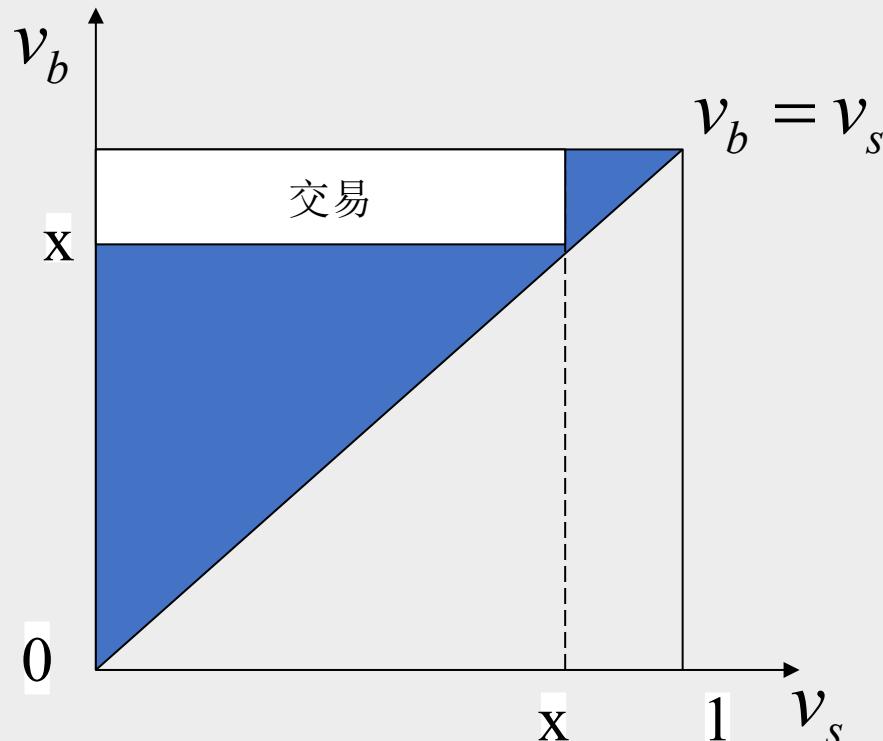


6.3 双方报价拍卖（一价均衡）

给定 $[0,1]$ 中任意一个值 x ,

买方策略: $v_b \geq x$ 时, $P_b = x$, 否则 $P_b = 0$, 即不买

卖方策略: $v_s \leq x$ 时, $P_s = x$, 否则 $P_s = 1$, 即不卖





6.3 双方报价拍卖（线性策略）

买方策略 $P_b(v_b) = a_b + c_b v_b$

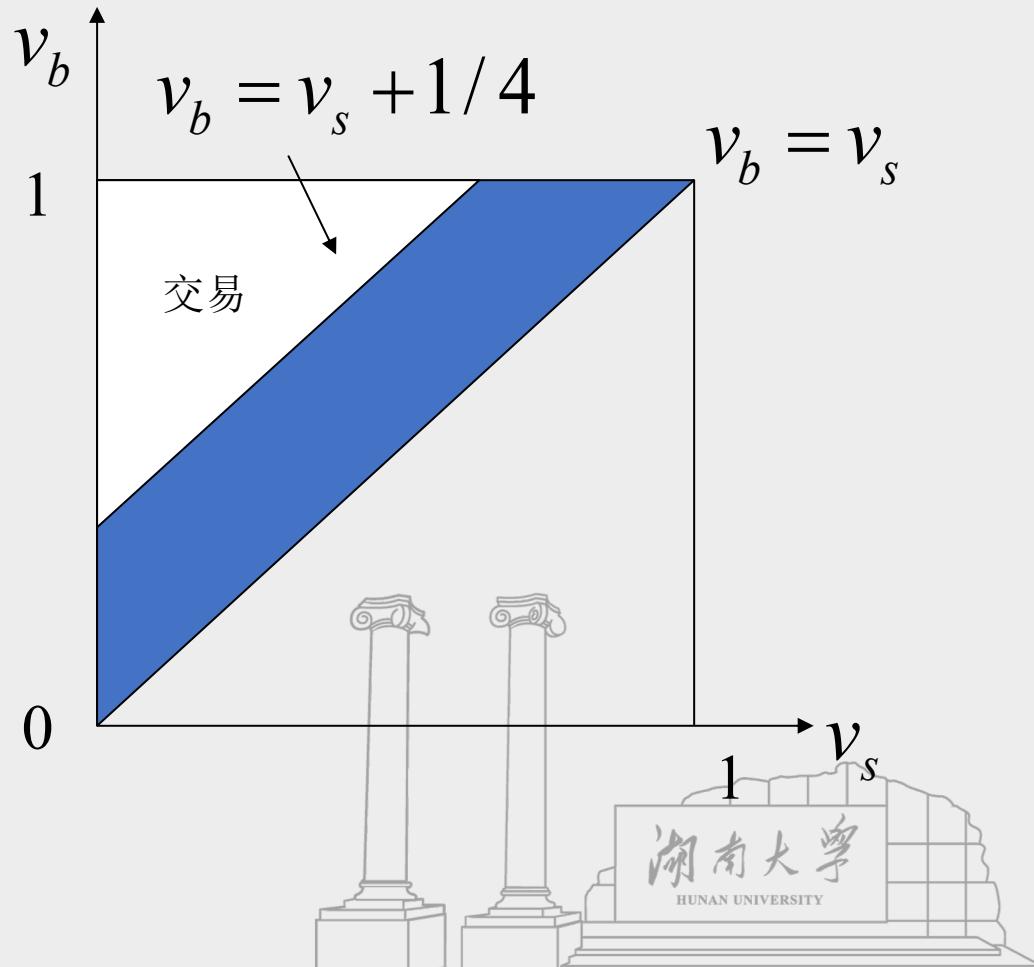
卖方策略 $P_s(v_s) = a_s + c_s v_s$

$$\max_{P_b} [v_b - \frac{1}{2}(P_b + \frac{a_s + P_b}{2})] \frac{P_b - a_s}{c_s}$$

$$\max_{P_s} [\frac{1}{2}(P_s + \frac{a_b + c_b + P_s}{2}) - v_s] \frac{a_b + c_b - P_s}{c_b}$$

$$P_b = \frac{2}{3}v_b + \frac{1}{12}, P_s = \frac{2}{3}v_s + \frac{1}{4}$$

$$P_b \geq P_s \Rightarrow v_b \geq v_s + 1/4$$





6.3 两种均衡的比较和均衡效率

- 线性策略均衡比一价均衡效率高
- 不存在能实现所有潜在交易利益的贝叶斯纳什均衡。
- 这正是信息不完全的效率损失代价。
- 线性策略均衡的效率是最高的





常见拍卖形式

最流行的拍卖方式有四种：增价拍卖(或英国式)，减价拍卖(或荷兰式)，第一价格拍卖和第二价格拍卖。前两种均为公开叫价方式，后两种则为密封式拍卖。

- **增价拍卖机制**：价格不断上升，直到只剩下一个竞标者为止。一般是由专业拍卖人员叫价，竞标者举手应价。世界上最古老最大的两家专业拍卖行，索士比(Sotheby's)和克里斯蒂(Christie's)，都起源于英国伦敦，因此，这种增价拍卖方式常被称为英国式拍卖。
- **减价拍卖机制**：拍卖人先从很高价开始叫卖，如没有人愿买，拍卖人由此价格按事先规定的速度连续减价，直到有人愿意接受为止。虽为减价拍卖，仍是价高者得。在荷兰，人们常用这种机制来拍卖鲜花，因此称之为荷兰式拍卖。
- **第一价格拍卖机制**：每个竞标者在规定时间内，独立地向拍卖人提交标书，标明自己愿意出的价格，因此看不到其他竞标者的出价，再由拍卖人在约定的时间，邀请所有竞标者到场当众开标，出价最高者赢得物品，并付他自己的报价。**也就是我们讨论的暗标拍卖。**
- **第二价格拍卖机制**：与第一价格拍卖机制类似，但物品归报价最高者，但成交价等于第二高报价。

