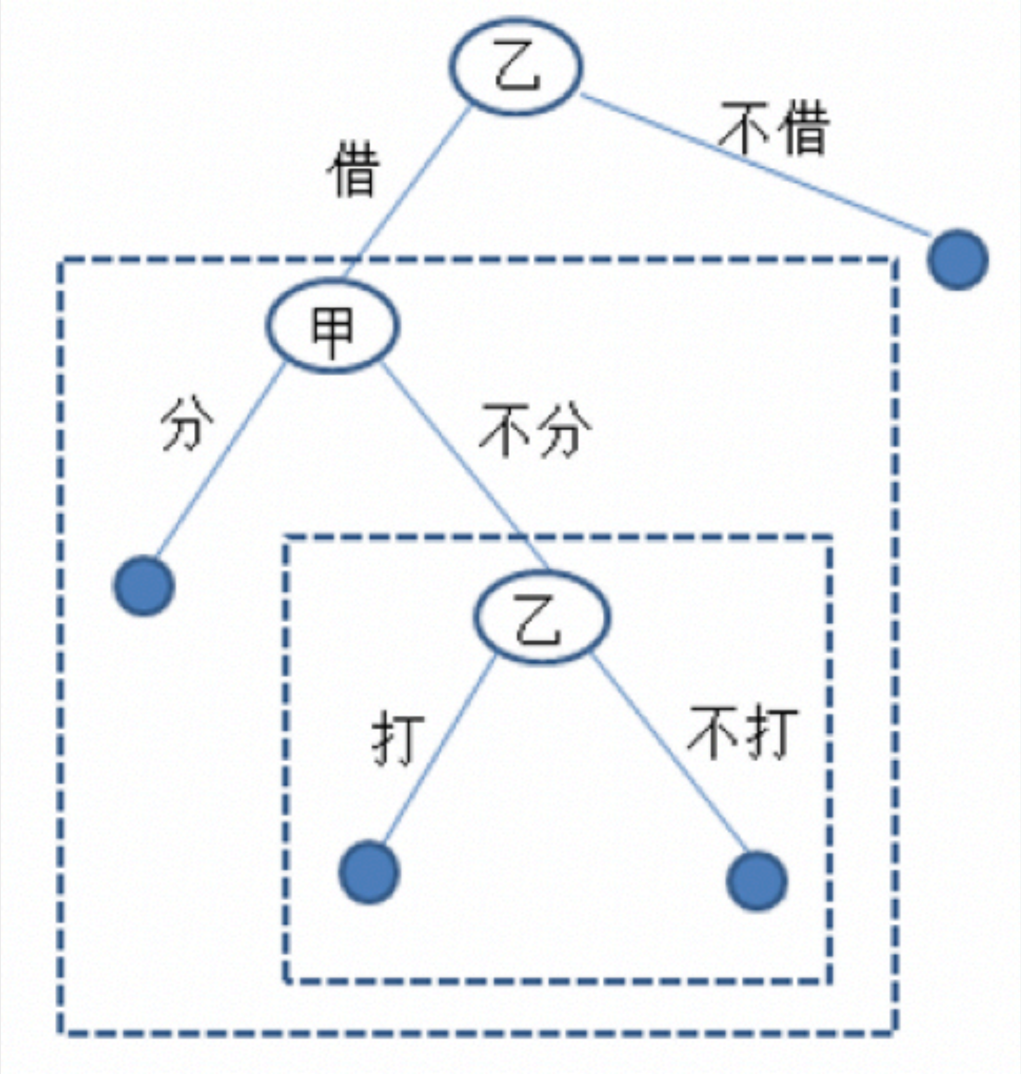
第五章 完全但不完美信息动态博弈

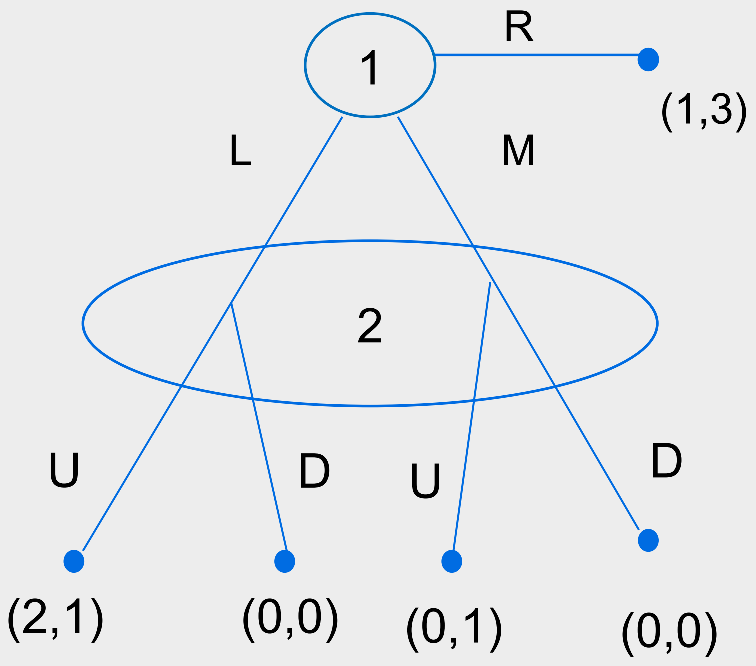
动态博弈的子博弈

- **子博弈（Subgame）**：由动态博弈第一阶段以外的某阶段开始的后续博弈阶段构成, 能自成一个博弈的原博弈的一部分, 且不分割行为人的信息集.

- 右图描述了金矿博弈的两个子博弈

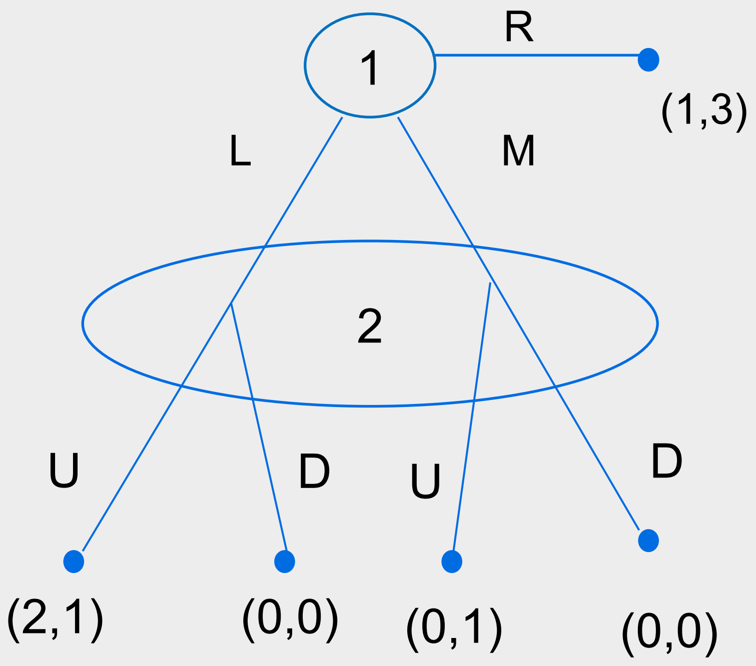


请尝试用已学均衡概念分析如下博弈的均衡



- 纳什均衡？
- 子博弈完美纳什均衡？
- 逆向归纳解？

请尝试用已学均衡概念分析如下博弈的均衡



- 纳什均衡. （L,U），（R,D）
- 子博弈完美纳什均衡. 同上
- 逆向归纳解？可以用.
  但这个情况我们一般用另一个均衡概念:
  完美贝叶斯均衡

“完美贝叶斯均衡” 4个要求

- **要求1**：在各个信息集，轮到选择的博弈方必须具有一个关于博弈达到该信息集中每个节点可能性的“判断”(Belief)。对非单节点信息集，**一个“判断”就是博弈达到该信息集中各个节点可能性的概率分布**，对单节点信息集，则可理解为“判断达到该节点的概率为1”。
- **要求2**：给定各博弈方的“判断”，他们的策略必须是**“序列理性”**。即在各个信息集，给定轮到选择博弈方的判断和其他博弈方的“后续策略”，该博弈方的行为及以后阶段的“后续策略”，必须使自己的得益或期望效益最大。
- **要求3**：在**均衡路径上的信息集处**，“判断”由贝叶斯法则和各博弈方的均衡策略决定。
- **要求4**：在**不处于均衡路径上**的信息集处，“判断”由贝叶斯法则和各博弈方在此处可能有的均衡策略决定。

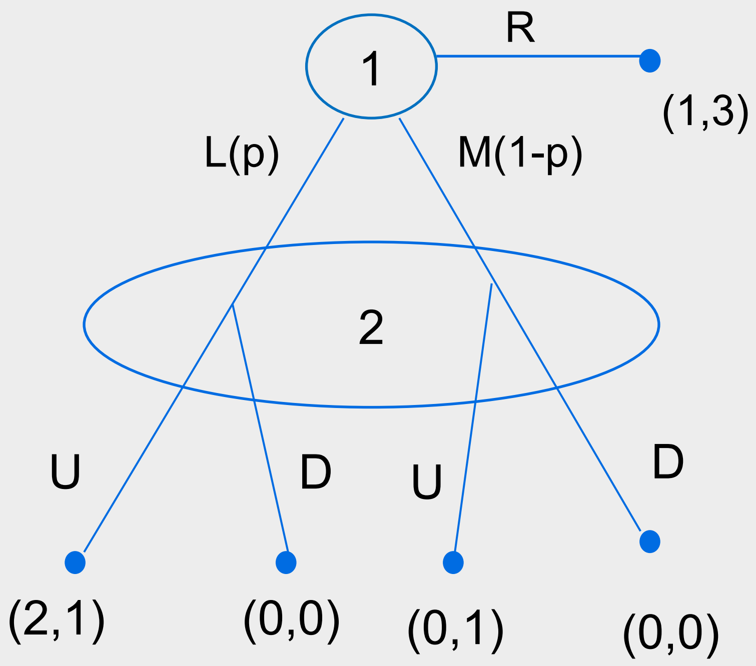
“完美贝叶斯均衡”

- 这四个要求不用特意背。完美贝叶斯均衡的核心在于
  1. 行为人永远都要对信息集有一个判断。这个判断可以用某个概率分布来描述。
  2. 行为人的判断由其他行为人的策略和贝叶斯法则决定。

很多时候，贝叶斯法则可以唯一决定行为人的判断。对于贝叶斯法则不能决定行为人判断的情形，要看情况分析。

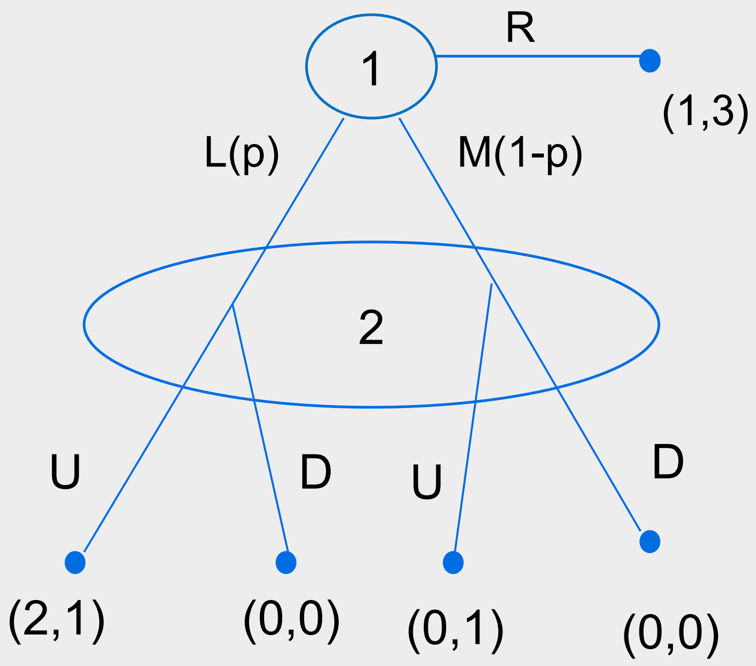
(本章涉及的博弈较简单, 参与人的信念很多时候可以直接由其他行为人的策略决定. 第七章中的博弈需要使用贝叶斯法则计算后验分布.)

计算完美贝叶斯均衡



- 在博弈方1第一阶段选择不是R的情况下，博弈方2无法看到博弈方1究竟选择的是L还是M。
- 博弈方2必须有一个判断：(p, 1-p)
- 对任意 $p \in [0,1]$, 博弈方 2 的最优反应都是 U.
- 给定博弈方 2 会选 U, 博弈方 1 会选 L. $\Rightarrow p = 1$.

计算完美贝叶斯均衡



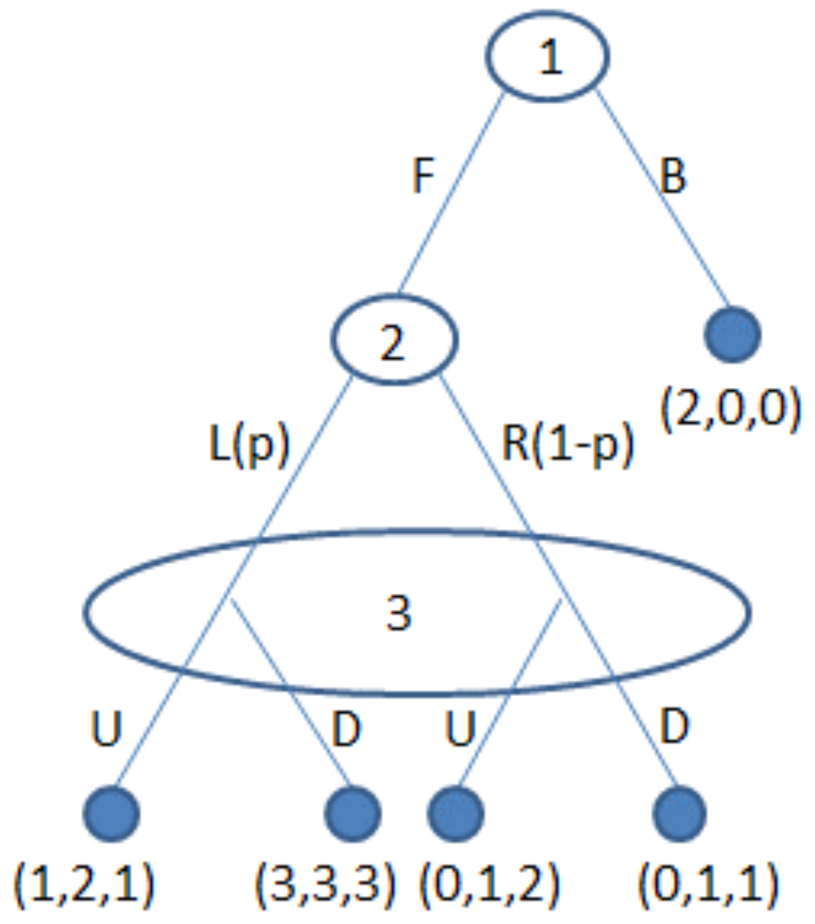
- 完美贝叶斯均衡:
  - 参与人 1 策略: L
  - 参与人 2 策略: U
  - 参与人 2 信念 (或判断): p=1

均衡要求小结

- 均衡要求的解释
  - 要求1: 判断的必要性
  - 要求2: 序列理性——博弈方会最大化自己的期望收益
  - 要求3和4: 判断符合策略和贝叶斯法则

- 描述完美贝叶斯均衡时, 必须说明参与人对每个信息集上的判断，即给出信息集上相应的概率分布

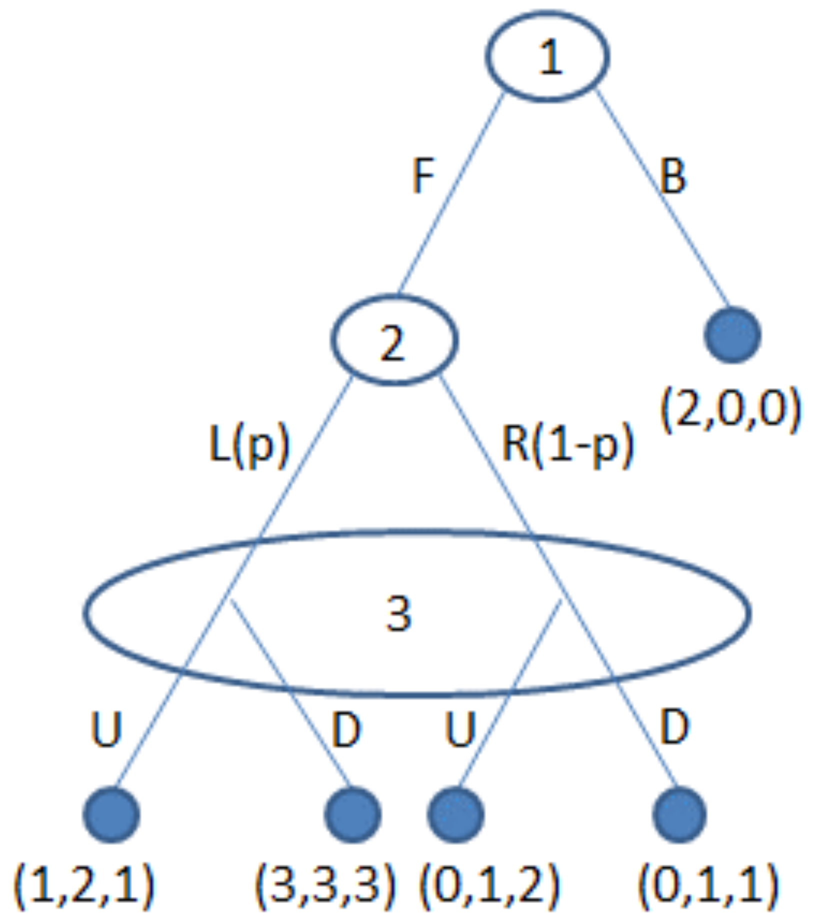
完美贝叶斯均衡求解 练习



三方三阶段不完美信息动态博弈

完美贝叶斯均衡为：

完美贝叶斯均衡求解 练习



三方三阶段不完美信息动态博弈

完美贝叶斯均衡为

- 参与人1的策略: F
- 参与人2的策略: L
- 参与人3的策略: D
- 参与人3的信念: p=1

Trick: 如果是我来做这道题, 我会直接用逆向归纳法, 然后把答案整理成”完美贝叶斯均衡”的形式

多选题

下列说法错误的是

A 完美贝叶斯均衡不一定是子博弈完美的

B 完美贝叶斯均衡不可以剔除不可置信的承诺和威胁

C 完美贝叶斯均衡下均衡策略与信念判断可以不一致

D 完美贝叶斯均衡的均衡路径一定会进行贝叶斯法则更新判断

多选题

下列说法错误的是

A 完美贝叶斯均衡不一定是子博弈完美的

B 完美贝叶斯均衡不可以剔除不可置信的承诺和威胁

C 完美贝叶斯均衡下均衡策略与信念判断可以不一致

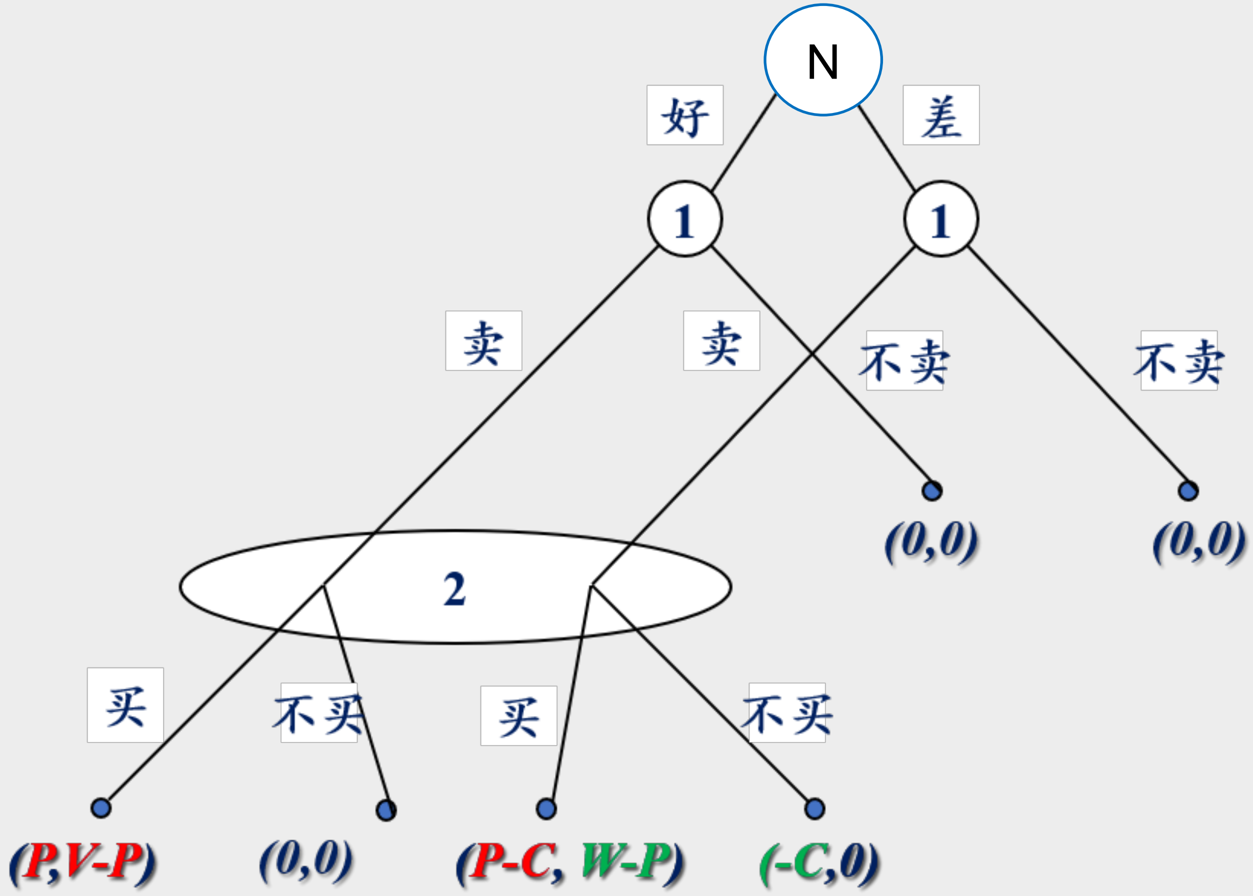
D 完美贝叶斯均衡的均衡路径一定会进行贝叶斯法则更新判断

5.3 单一价格二手车模型

- 只有卖方知道二手车质量的好坏.
- 卖方可以将坏车 (lemon) 伪装成好车. 这样一来, 买方就不知道二手车质量如何.
  - 这是一个不完全信息博弈. 我们可以引入参与人 ‘自然’ (N), 将它转化为不完美信息博弈.
- 由于车子的质量是卖方的私人信息. 我们可以将它定义为卖方的类型.
- 买家的纯策略: 买 or 不买
- 卖家的纯策略: {好车, 差车} → {卖, 不卖}

5.3 单一价格二手车模型——单一价格二手交易博弈模型

- **字母含义：**
- **V**:买到好车对于买方的价值
- **W**:买到差车对于买方的价值
- **P**:车的价格
- **C**:差车的伪装费用



5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- 卖家的纯策略: {好车, 差车} → {卖, 不卖}

市场名称	市场完全失败	市场完全成功	市场部分成功	市场接近失败
卖方行为	好车 ↦ 不卖 差车↦不卖	好车 ↦ 卖 差车↦不卖	好车 ↦ 卖 差车↦卖	好车 ↦ 卖 差车↦混合行动
买方行为	——	全买	全买	混合行动




5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- **合并均衡和分开均衡**

市场名称	市场完全失败	市场完全成功	市场部分成功	市场接近失败
卖方行为	好的全不卖 差的全不卖	好的全卖 差的全不卖	好的全卖 差的全卖	好的全卖 差的卖或不卖

合并均衡（pooling equilibrium）

不同情况的完美信息的博弈方完全采取相同的行为的市场均衡。

混合均衡

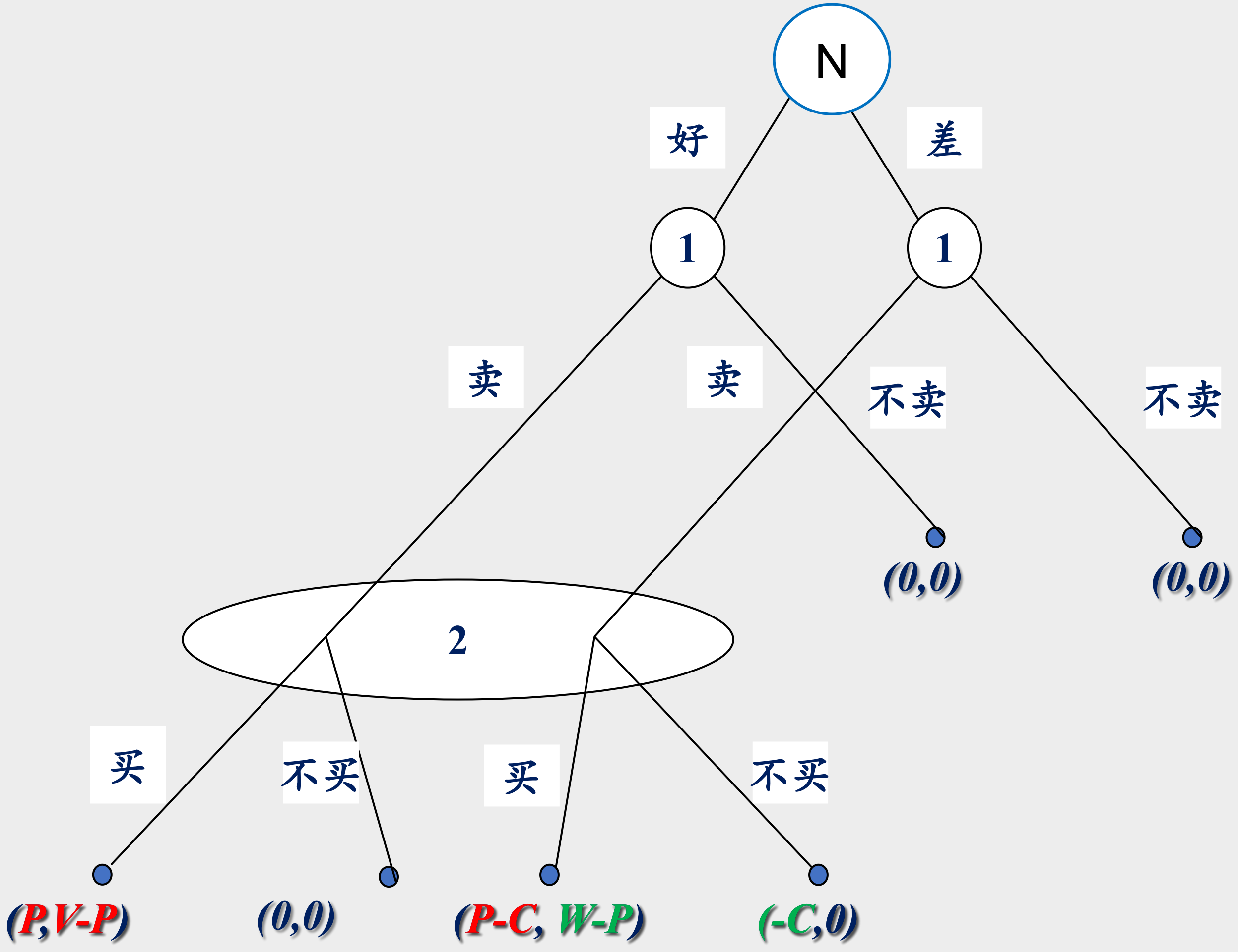
分开均衡（separating equilibrium）

不同情况的完美信息的博弈方采取完全不同的行为的市场均衡。

5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- **一、市场部分成功的合并均衡**
- **关于市场的假设：**
- ①差车出现的概率p_b 很小
- ②卖方伪装差车的费用相对于价格很小

- **完美贝叶斯均衡：**
- 1.卖方选择卖；
- 2.买方选择买；
- 3.买方的判断为：
- $\Pr[g|\text{卖}] = p_g$, $\Pr[b|\text{卖}] = p_b$

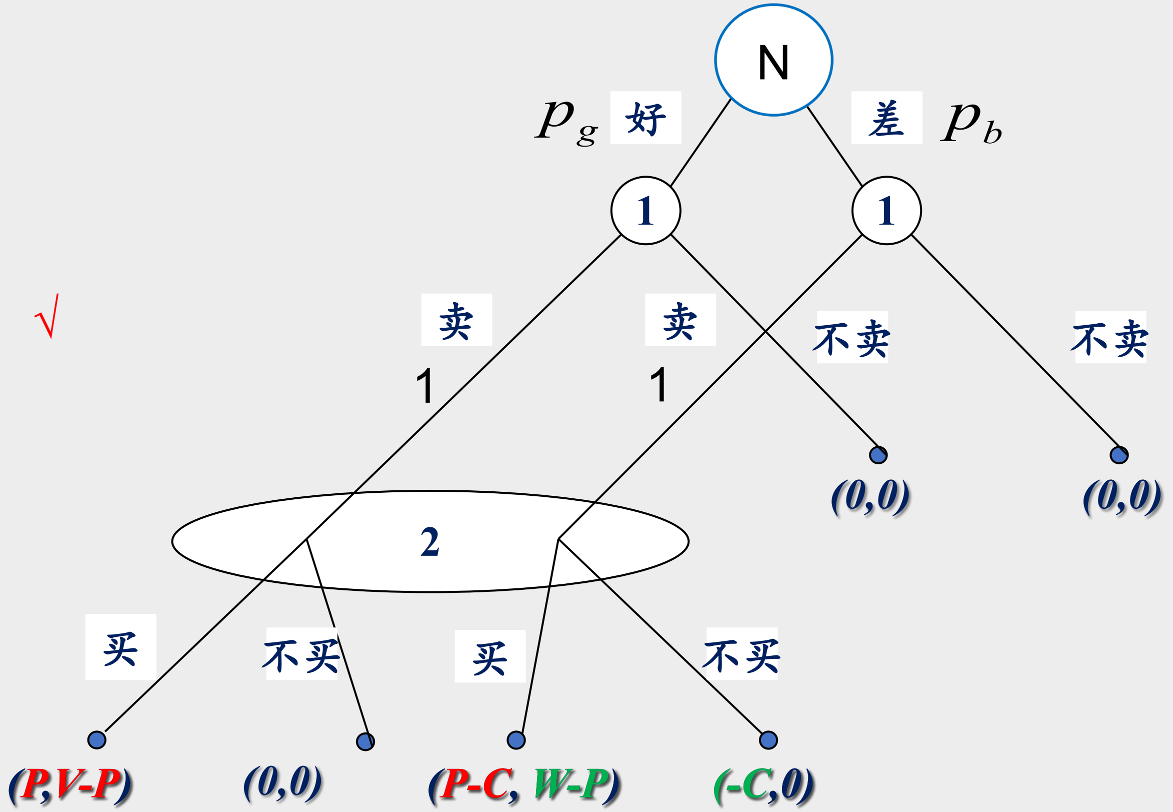


5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- **一、市场部分成功的合并均衡**
- **验证完美贝叶斯均衡：**
- 买方：不同选择的收益
- 买：$p_g \cdot (v-p)+p_b(w-p)>0$ √
- 不买：0

卖方：知道买方必会买
好时收益：卖为$P>0$，不卖为0 √
差时收益：卖为P-$C>0$，不卖为0 √

买方信念:
由于卖方永远选择卖, 维持先验信念
(p_g, p_b) 不变



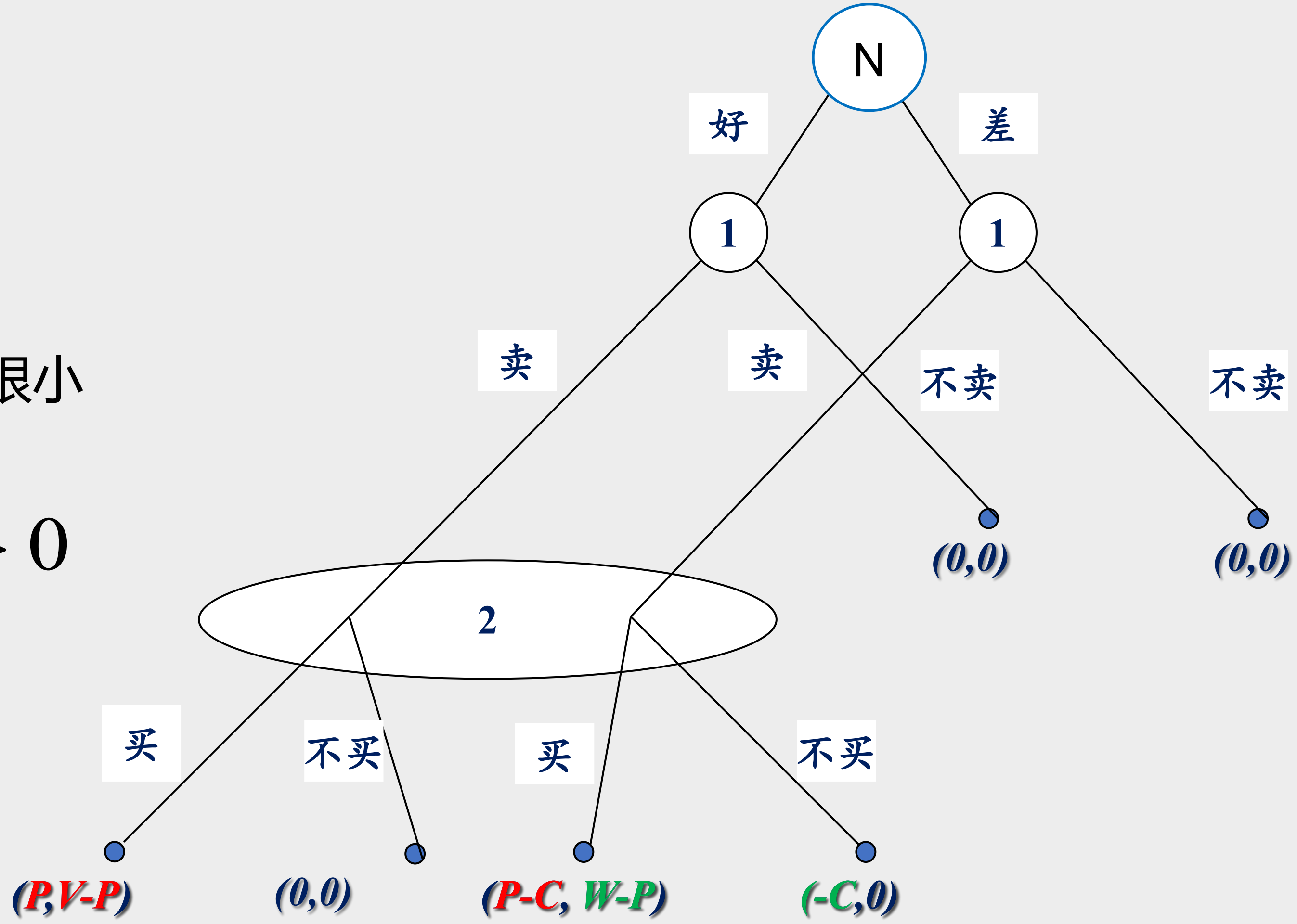
纯策略完美贝叶斯均衡

5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- **一、市场部分成功的合并均衡**
- **√关于市场的假设：**
- ①差车出现的概率 p_b很小
- ②卖方伪装差车的费用相对于价格很小

$$P > C$$

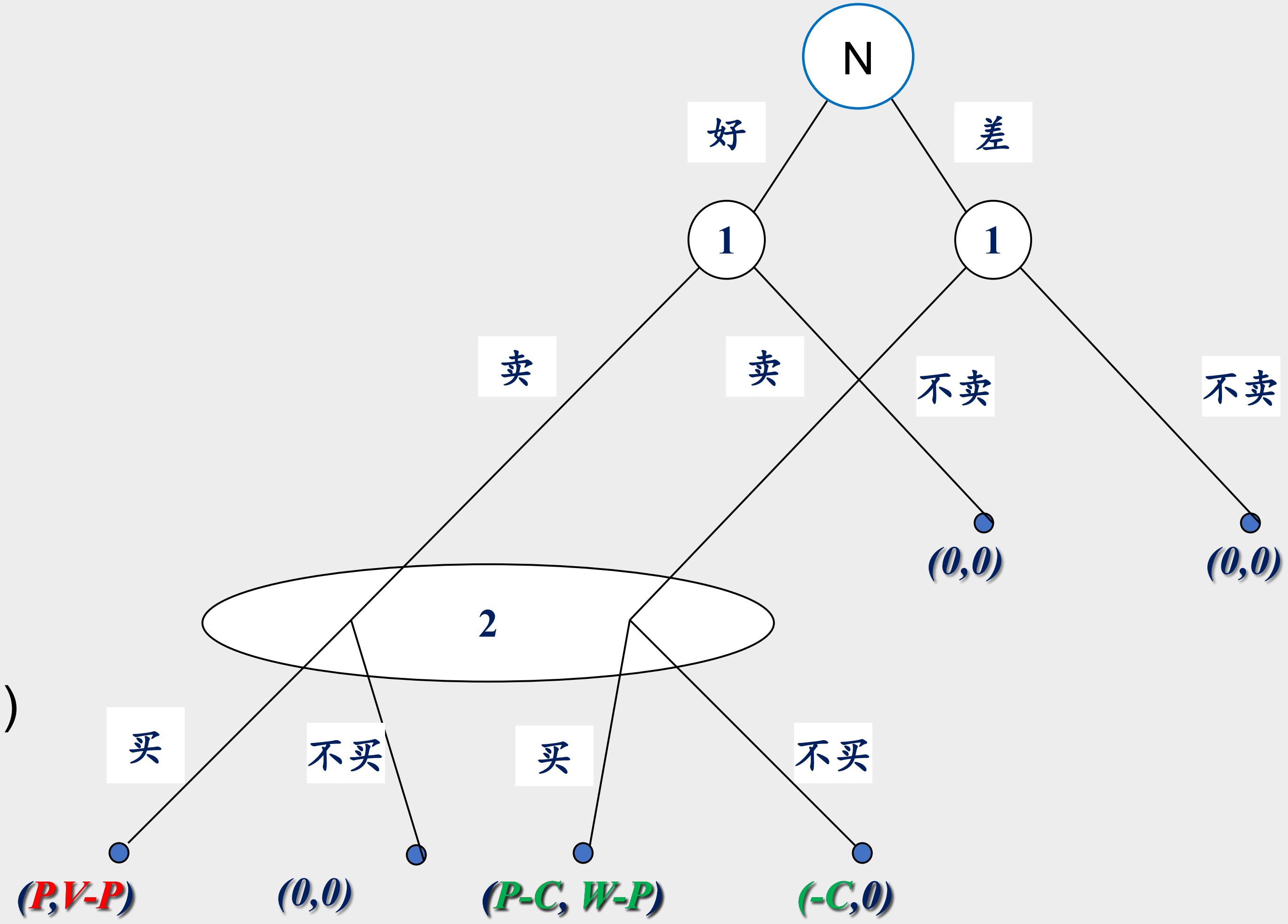
$$p_g \cdot (v - p) + p_b (w - p) > 0$$



5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- 二、市场完全成功的分开均衡
- √关于市场的假设：
- $P < C$
- √完美贝叶斯均衡：
- 1.卖方在车况好时才选择卖；
- 2.买方选择买；
- 3.买方的判断为：(下面s代表 ‘卖’)

$$p(g \mid s) = 1, p(b \mid s) = 0$$



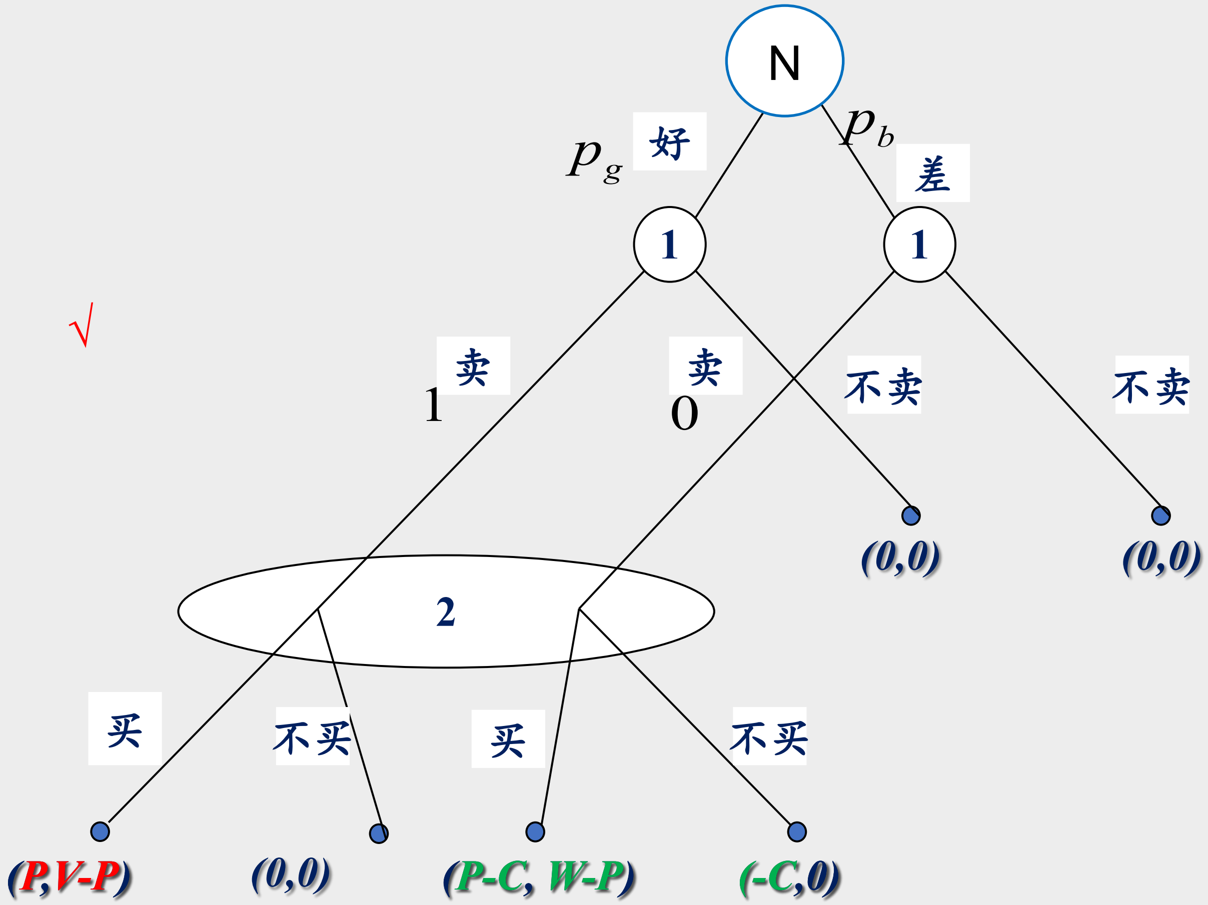
5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- **二、市场完全成功的分开均衡**
- **√逆推法证明：**
- 买方：选择买时的payoff
- 买：$1\times(v-p)+0\times(w-p)>0$ √
- 不买：0

卖方：知道买方必会买
好时payoff：卖为$P>0$，不卖0 √
差时payoff：卖为$P-C<0$，不卖为0 √

$$p(g\mid s)=\frac{p(g)\cdot p(s\mid g)}{p(s)}$$

$$=\frac{p(g)\cdot 1}{p(g)\cdot 1+p(b)\cdot 0}$$

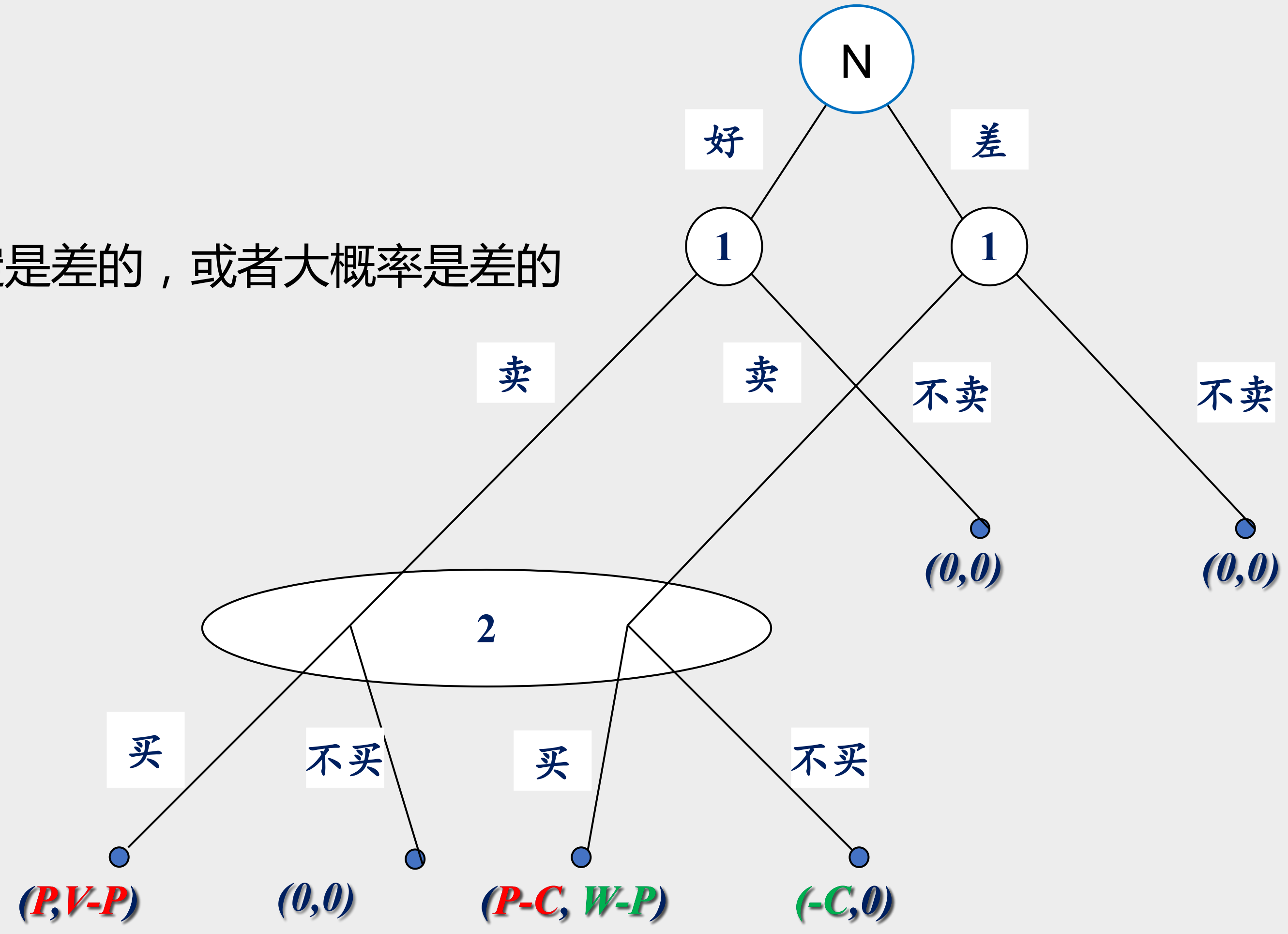


纯策略完美贝叶斯均衡

5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- **三、市场完全失败的合并均衡**
- **√关于市场的假设：**
- 买方根据经验，判断卖方选择卖时必定是差的，或者大概率是差的
- **√完美贝叶斯均衡：**
- 1.卖方选择不卖；
- 2.买方选择不买；
- 3.买方的判断为：

$$p(g\,|\,s)=0,\ p(b\,|\,s)=1$$



5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- **三、市场完全失败的合并均衡**
- **√逆推法证明：**
- 买方：选择买时的payoff
- 买：$0\times(v-p)+1\times(w-p)<0$
- 不买：0

卖方：知道买方必不会买 √

好时payoff：卖为*0*

不卖为*0*

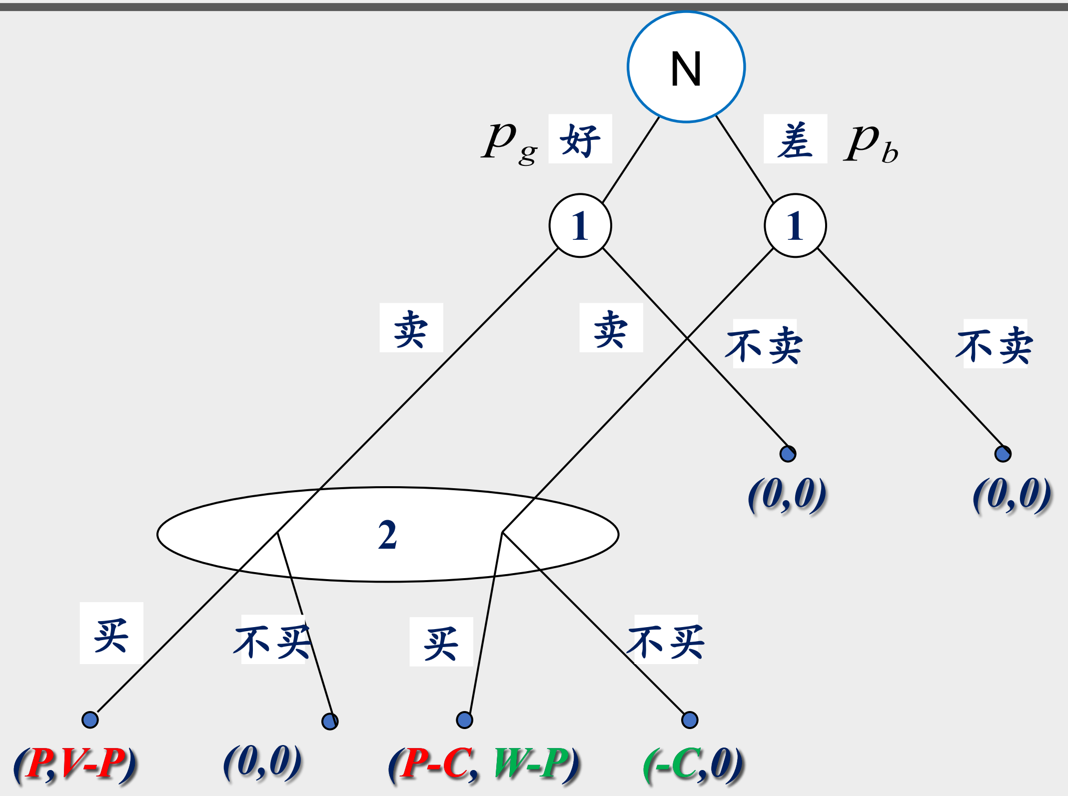
差时payoff：卖为-*C*< 0 √

不卖为0

$$p(g\mid s)=\frac{p(g)\cdot p(s\mid g)}{p(s)}$$

$$=\frac{p(g)\cdot 0}{p(g)\cdot 0+p(b)\cdot 0}$$

无意义



纯策略完美贝叶斯均衡

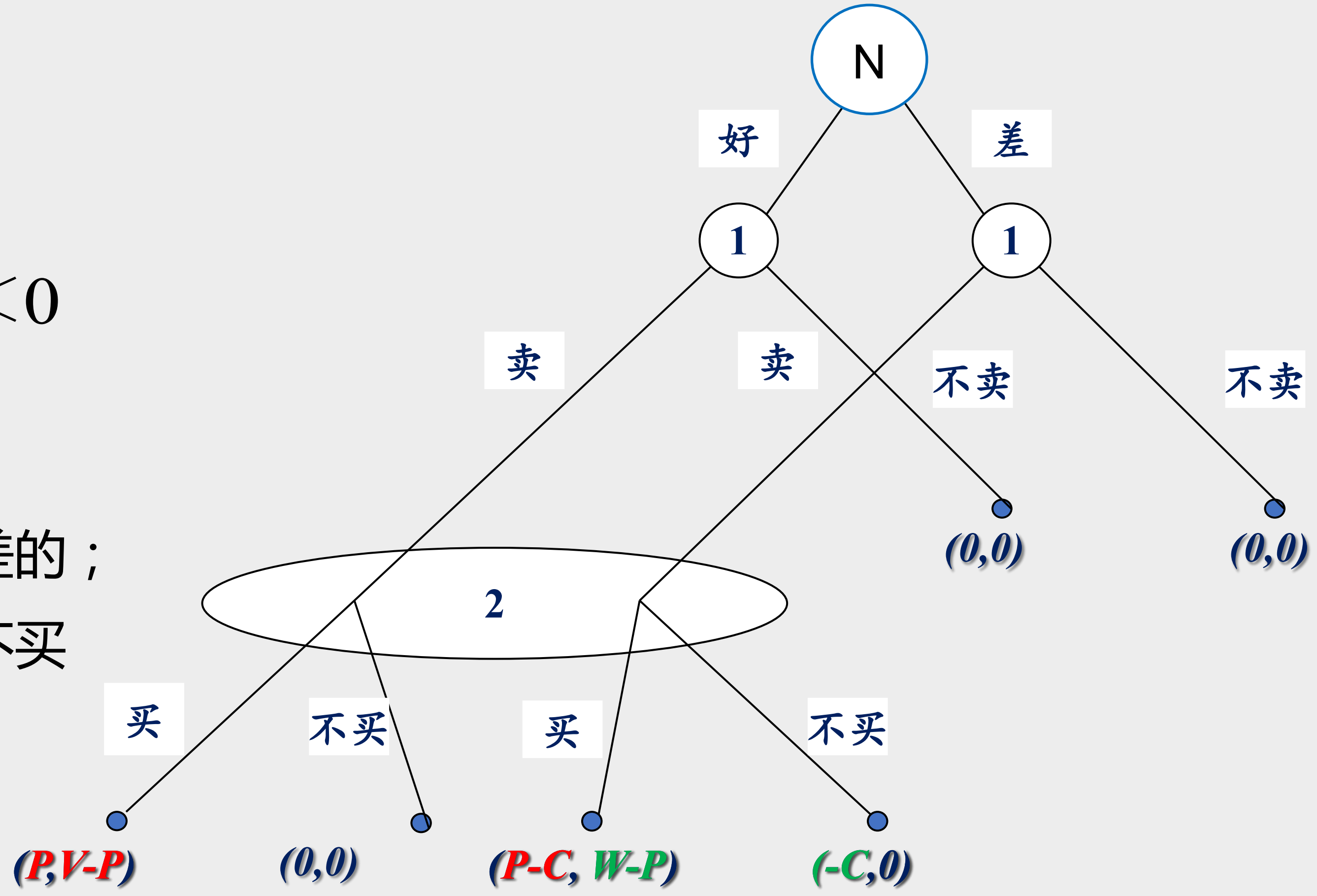
5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

- **四、市场接近失败的混合均衡**
- **√关于市场的假设条件：**

$$P > C$$

$$p(g)\cdot(v-p)+p(b)(w-p)<0$$

- **√完美贝叶斯均衡：**
- 1.卖方卖好的，但以一定的概率卖差的；
- 2.买方以一定的概率随机选择买或不买



5.3 单一价格二手车模型——单价格二手交易博弈模型

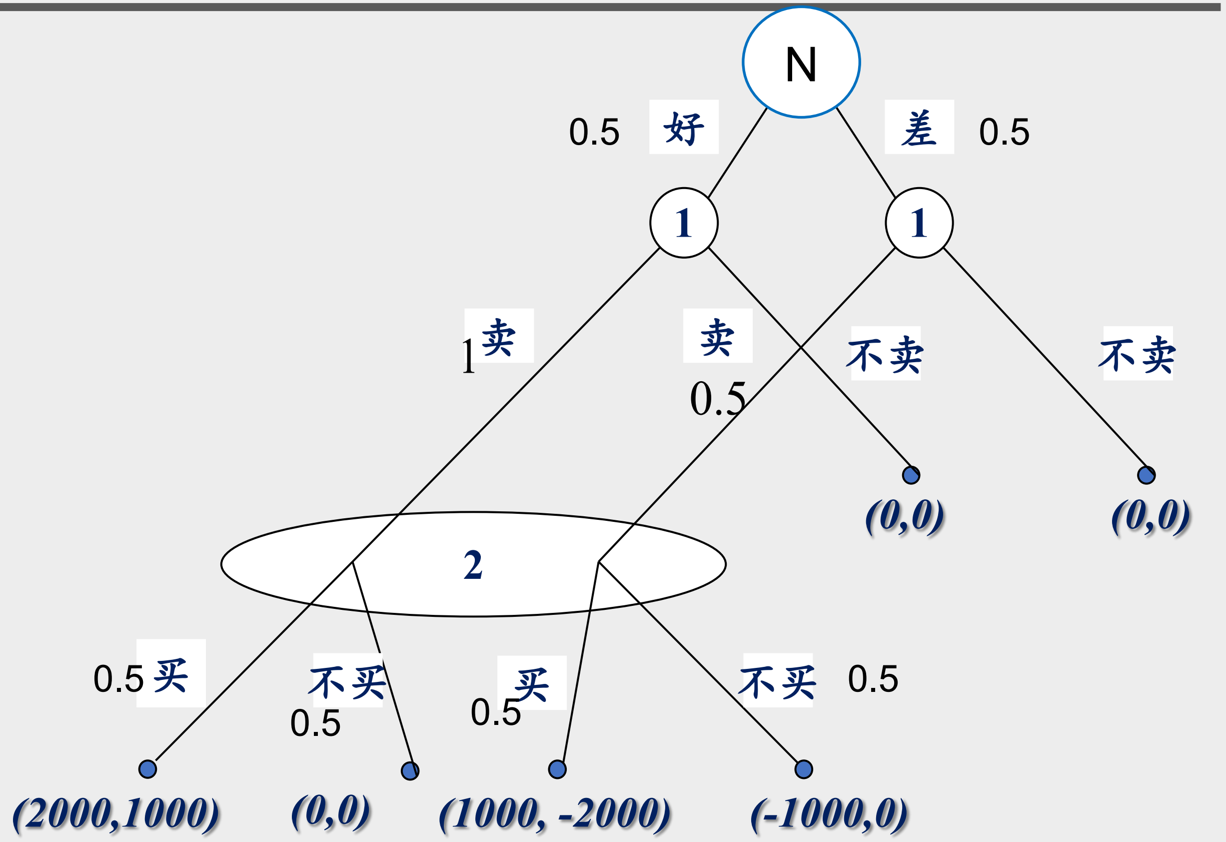
- **四、市场接近失败的混合均衡**
- **√逆推法证明：**
- 买方必须对 ‘买’ 和 ‘不买’ 无差异:
- 买： $2/3\times1000+1/3\times(-2000)=0$
- 不买：0
- 卖方: 坏车时, 卖方必须对卖和不卖无差异.

  好车：卖为0.5×2000+0.5×0,不卖0 √

  差车：卖为0.5×1000+0.5×(-1000) √
- 不卖为0

$$p(g\mid s)=\frac{p(g)\cdot p(s\mid g)}{p(s)}$$

$$=\frac{0.5\cdot 1}{0.5\cdot 1+0.5\cdot 0.5}$$



混合策略完美贝叶斯均衡

5.4 双价格二手车模型

- 假设卖家可以制定两个价格.

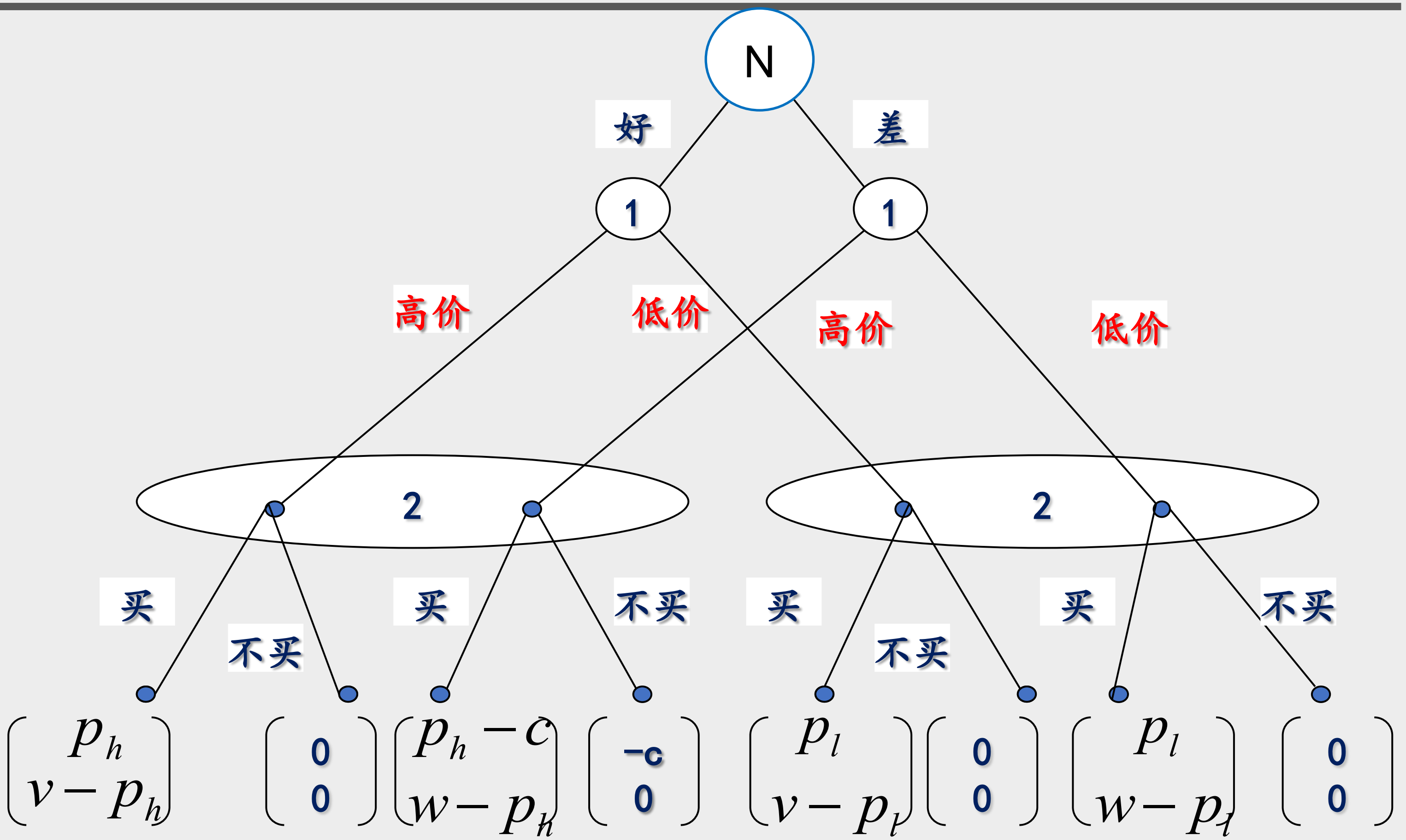
- 均衡中, 价格的高低可能包含了关于商品质量的信息

5.4 双价格二手车模型 (混同均衡 Pooling)

- 字母含义：
- V：买到好车对于买方的价值
- W：买到差车对于买方的价值
- p_h：车子的高价格
- p_l：车子的低价格
- C：差车的伪装费用

假设：

$V\text{-}P_h > W\text{-}P_l > 0 > W\text{-}P_h$



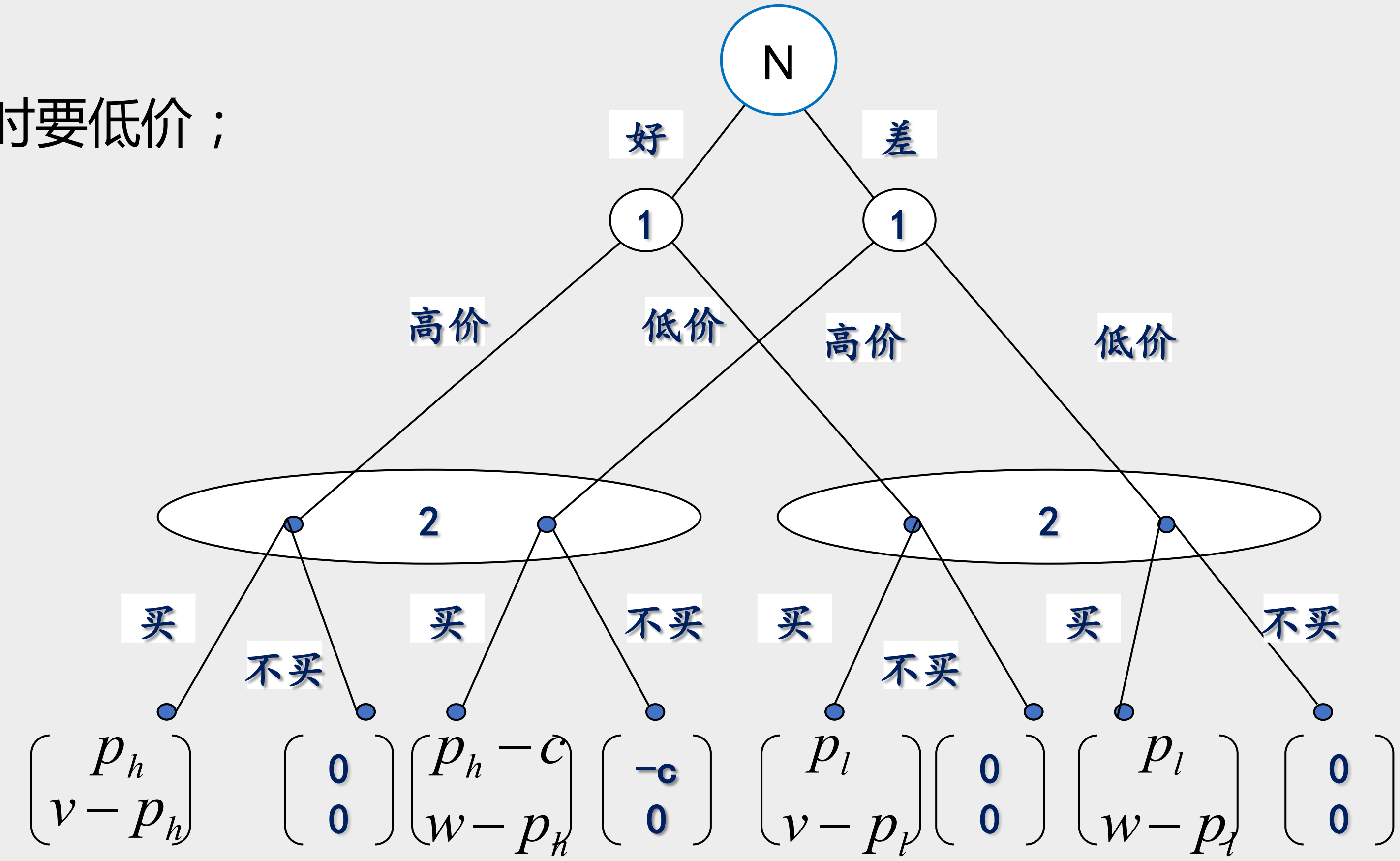
显然：

当C→0时，则市场趋于完全失败。卖家不会卖低价，但高价也不能说明车况。

5.4 双价格二手车模型 (分离均衡 Separating)

- **完美贝叶斯均衡：**
- 1.卖方在车况好时要高价，车况差时要低价；
- 2.买方买下卖方出售的车子
- 3.卖方判断：

$$p(g|h)=1, p(b|h)=0, p(g|l)=0, p(b|l)=1$$



5.4双价格二手车模型

- **√逆推法证明：**
- 买方：卖方要高价时的payoff
- 买：$p(g|h)(V-P_h)+p(b|h)(W-P_h)=V-P_h>0$ √
- 不买：0
- 卖方要低价时的payoff
- 买：$p(g|l)(V-P_l)+p(b|l)(W-P_l)=W-P_l>0$ √
- 不买：0
- 卖方：知道买方必会买
- 好时payoff：由于 $P_h>P_l$
- 必卖高价
- 差时payoff：假设 $P_l>0>P_h-C$
- 必卖低价

逆向选择

- **逆向选择:** 由于消费者的信息不完全, 不能识别商品质量.
  - 消费者压价会使优质产品逐渐退出市场，从而不断降低消费者的支付意愿，形成恶性循环
  - 极端情形下, 优质品会被劣质品赶出市场, 导致市场失灵 (**柠檬原理**)

信息不对称

- **信息不对称**一般划分为两类问题:
  - 道德风险和逆向选择
- **道德风险:** 如经理无法监督员工工作情况, 可以视作<u>不完美信息</u>博弈 (参与人行动不可见)
- **逆向选择:** 如消费者不能识别商品质量, 可以视作<u>不完全信息</u>博弈