

重复剔除严格劣策略的应用

授课教师: 雷浩然

湖南大学课程

Roadmap

本讲介绍重复剔除严格劣策略在政治经济学中的一个重要应用: **中间选民定理**

同样的模型, 也可以用来解释**商场选址**时为何喜欢扎堆.

最后, 我们介绍重复剔除严格劣策略这个**解概念**的隐藏假设: 参与人是理性的这一点是所有参与人的**共同知识**

One model, Two stories

- 描述1: 张三和李四是两位政客, 他们考虑在竞选时应采取何种政治立场, 从而吸引更多的选票.
- 描述2: 张三和李四是两位饭店老板, 他们考虑应选择何处作为店铺地址, 从而吸引更多的顾客.

以上两个情景可以抽象为同一个博弈模型.

博弈描述

- 参与人: 张三 + 李四 + 一群消费者(或选民)
 - 这里的张三和李四可以是饭店老板, 也可以是两位参加竞选的政客, 具体取决于你对于模型的解读.
- 行动集:
 - 张三和李四的行动集: $A_1 = A_2 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - 每个行动对应一个具体的"位置":

--1-- --2-- --3-- --4-- --5--

- 消费者(或选民)的行动: 消费者会选择离他们最近的饭馆消费; 选民会投票给距离他们的政治光谱最近的候选人.

博弈描述

- **效用函数:**
 - 消费者(或选民)均匀地分布在所有可能位置上
 - 消费者(或选民)会选择距离他最近的参与人; 若消费者对张三或李四无差异, 则他们均分所有消费者(或选民)
 - 张三和李四的目标: 最大化他能吸引到的消费者(或选民)

收益矩阵

张三\李四	1	2	3	4	5
1	(2.5, 2.5)	(1 , 4)	(1.5, 3.5)	(2 , 3)	(2.5, 2.5)
2	(4 , 1)	(2.5, 2.5)	(2 , 3)	(2.5, 2.5)	(3 , 2)
3	(3.5, 1.5)	(3 , 2)	(2.5, 2.5)	(3 , 2)	(3.5, 1.5)
4	(3 , 2)	(2.5, 2.5)	(2 , 3)	(2.5, 2.5)	(4 , 1)
5	(2.5, 2.5)	(2 , 3)	(1.5, 3.5)	(1 , 4)	(2.5, 2.5)

重复剔除严格劣策略

0. 所有可能的行动

--1-- --2-- --3-- --4-- --5--

1. 第一轮剔除

--2-- --3-- --4--

2. 第二轮剔除

--3--

中间选民定理

重复剔除严格劣策略的预测结果:

- 张三和李四都会选择中点位置.

这个结果是政治经济学中知名的"中间选民定理" (median voter theorem).

- 任何候选人想要当选, 他都应该尽量去讨好中间选民. 因此, **中间选民**决定了当选政客的政治主张

这个结果的成立不依赖于"只有5个可选位置"的简化假设.

- 任意 $N \geq 3$ 个位置均可, 无非就是多剔除几次

企业选址

我们说过, 上述模型中的张三和李四, 也可以理解为饭店老板.

这样一来, 模型的预测结果就可以用来解释, 小餐馆为何总是扎堆开在一起.

问: 对于商店喜欢聚集开在一起这个现象, 你可以给出别的解释么?

推荐阅读

公开课: 重复剔除与中间选民定理

- 这门公开课程的教师 Ben Polak 是非常知名的博弈论学者, 他的整个课程质量都很高. 强烈推荐!

关于重复剔除严格劣策略的补充说明 (简单了解即可)

我们称张三是**理性的**, 如果张三在试图最大化他在博弈结果中的最终效用.

- **命题:** 如果张三和李四是理性的, 则他们永远不会选择严格劣策略.
- 因此, 在预测博弈结果时, 我们可以先剔除所有参与人的严格劣策略

但是, 重复剔除法并非只进行了一轮剔除, 我们还有第二轮, 第三轮, 等等...

- 经过第一轮剔除, 得到了一个简化的博弈后, 我们又剔除了这个简化博弈中的严格劣策略.
- **问:** 第二轮剔除的成立是否依赖其它额外假设?

关于重复剔除严格劣策略的补充说明 (简单了解即可)

- 第二轮剔除的假设:

张三知道李四是理性的, 李四知道张三是理性的.

关于重复剔除严格劣策略的补充说明 (简单了解即可)

- 第二轮剔除的假设:

张三知道李四是理性的, 李四知道张三是理性的.

类似可得:

- 第三轮剔除的前提假设:

张三知道李四知道张三是理性的, 李四知道张三知道李四是理性的

- 第四轮剔除的前提假设:

张三知道李四知道张三知道李四是理性的, ...

- ... 依此类推第五轮, 第六轮剔除的前提假设.

共同知识

对于复杂博弈, 如包含无穷多个选民的中间选民博弈中, 我们剔除严格劣策略的次数是没有上限的.

- 张三和李四都剔除首尾两端的位置: 张三和李四是理性的
- 张三和李四继续剔除首尾两端的位置: 张三知道李四是理性的, 李四知道张三是理性的
- 张三和李四进一步剔除首尾两端的位置: 张三知道李四知道张三是理性的, 李四知道张三知道李四是理性的.
- ...

如果上述类似 "张三知道李四知道张三知道..." 这样的推理过程可以无限长, 我们称"参与人是理性的"是所有参与人的**共同知识** (common knowledge).

共同知识

关于共同知识的一个"脑筋急转弯"问题: [蓝眼和红眼悖论](#)

网络上有很多关于这个脑筋急转弯的讨论. 知名数学家陶哲轩在他的博客上讨论过这个问题 (见我上面给出的链接)