

博弈论: 作业三

班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

1. 判断正误 (如果回答“错”, 请说明理由)

1. 海萨尼转换通过引入参与人“自然”, 将不完美信息博弈转换成了不完全信息博弈.

2. 暗标拍卖中, 参与人 i 的纯策略就是它的竞标价 b_i .

2. 一价暗标拍卖

考虑包含 n 个投标人的一价暗标拍卖模型. 参与人 i 的私人估价 v_i 服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 所有参与人的估价满足独立同分布假设. 博弈进行如下:

1. 参与人 i 私下观察到自己的估价 v_i .
2. 所有参与人同时投标. 记参与人 i 的竞标价为 $b_i \geq 0$.
3. 出价最高的参与人获得标的, 并支付它的竞标价. 如果同时存在多个最高出价, 则随机选择一位出价最高的参与人.

一. 用 $p_i = \max\{b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n\}$ 表示除了参与人 i 外的最高竞标价. 写出参与人 i 效用函数 $u_i(v_i, b_i, p_i)$ 的表达式, 不用考虑存在多个最高出价的情形 (即 $b_i = p_i$ 的情形).

二. 假设所有参与人都使用线性策略: $b(v_i) = \alpha v_i + \beta$, 其中 α 和 β 均为待定参数. 证明: 均衡中一定有 $\beta = 0$. (提示: 考虑参与人私人估价为 0 的情形.)

三. 给定其它参与人的策略均为 $b(v) = \alpha v$, 写出参与人 i 的期望效用最大化问题. (计算期望效用时, 不用考虑存在多个最高出价的情形, 把它看成是零概率事件即可)

四. 计算贝叶斯纳什均衡中的系数 α .

3. 二价暗标拍卖

考虑包含 n 个投标人的二价暗标拍卖模型. 这个模型和上一题的唯一区别在于, 出价最高的参与人 i 不需要支付他自己的竞标价 b_i , 只需要支付第二高的竞标价:

$$p_i = \max\{b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n\}$$

一. 写出参与人 i 的效用函数 $u_i(v_i, b_i, p_i)$.

二. 证明: 对参与人 i , 给定任意 $v_i \in [0, 1]$, 竞标 $b_i = v_i$ 都是它的最优反应. (提示: 分别对 $p_i = v_i$, $p_i > v_i$ 和 $p_i < v_i$ 三种情形讨论即可.)

三. 在前一问的基础上, 描述二价暗标拍卖的贝叶斯均衡.

4. 不完全信息古诺模型

考虑双寡头古诺模型, 需求函数为 $p(Q) = a - Q$, 其中 $Q = q_1 + q_2$ 为市场总需求. 需求函数中的参数 a 有两种可能的情况: a_l 和 a_h , 其中 $\Pr(a = a_h) = \theta$, $\Pr(a = a_l) = 1 - \theta$. 厂商 1 私下观察到真实的 $a \in \{a_h, a_l\}$, 厂商 2 无法观察到真实的 a . 假设每个厂商的边际成本和固定成本均为零.

一. 描述厂商一的类型空间和它的纯策略.

二. 描述厂商二的纯策略.

三. 求解贝叶斯纳什均衡.