

# 博奕论: 作业三

班级: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_

## 1. 判断正误 (如果回答“错”, 请说明理由)

1. 海萨尼转换通过引入参与人“自然”, 将不完美信息博奕转换成了不完全信息博奕.
2. 暗标拍卖中, 参与人  $i$  的纯策略就是它的竞标价  $b_i$ .

## 2. 一价暗标拍卖

考虑包含  $n$  个投标人的一价暗标拍卖模型. 参与人  $i$  的私人估价  $v_i$  服从区间  $[0, 1]$  上的均匀分布, 所有参与人的估价满足独立同分布假设. 博奕进行如下:

1. 参与人  $i$  私下观察到自己的估价  $v_i$ .
2. 所有参与人同时投标. 记参与人  $i$  的竞标价为  $b_i \geq 0$ .
3. 出价最高的参与人获得标的, 并支付它的竞标价. 如果同时存在多个最高出价, 则随机选择一位出价最高的参与人.

一. 用  $p_i = \max\{b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n\}$  表示除了参与人  $i$  外的最高竞标价. 写出参与人  $i$  效用函数  $u_i(v_i, b_i, p_i)$  的表达式, 不用考虑存在多个最高出价的情形 (即  $b_i = p_i$  的情形).

二. 假设所有参与人都使用线性策略:  $b(v_i) = \alpha v_i + \beta$ , 其中  $\alpha$  和  $\beta$  均为待定参数. 证明: 均衡中一定有  $\beta = 0$ . (提示: 考虑参与人私人估价为 0 的情形.)

三. 给定其它参与人的策略均为  $b(v) = \alpha v$ , 写出参与人  $i$  的期望效用最大化问题. (计算期望效用时, 不用考虑存在多个最高出价的情形, 把它看成是零概率事件即可)

四. 计算贝叶斯纳什均衡中的系数  $\alpha$ .

### 3. 二价暗标拍卖

考虑包含  $n$  个投标人的二价暗标拍卖模型. 这个模型和上一题的唯一区别在于, 出价最高的参与人  $i$  不需要支付他自己的竞标价  $b_i$ , 只需要支付第二高的竞标价:

$$p_i = \max\{b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n\}$$

一. 写出参与人  $i$  的效用函数  $u_i(v_i, b_i, p_i)$ .

二. 证明: 对参与人  $i$ , 给定任意  $v_i \in [0, 1]$ , 竞标  $b_i = v_i$  都是它的最优反应. (提示: 分别对  $p_i = v_i$ ,  $p_i > v_i$  和  $p_i < v_i$  三种情形讨论即可.)

三. 在前一问的基础上, 描述二价暗标拍卖的贝叶斯均衡.

#### 4. 不完全信息古诺模型

考虑双寡头古诺模型, 需求函数为  $p(Q) = a - Q$ , 其中  $Q = q_1 + q_2$  为市场总需求. 需求函数中的参数  $a$  有两种可能的情况:  $a_l$  和  $a_h$ , 其中  $\Pr(a = a_h) = \theta$ ,  $\Pr(a = a_l) = 1 - \theta$ . 厂商 1 私下观察到真实的  $a \in \{a_h, a_l\}$ , 厂商 2 无法观察到真实的  $a$ . 假设每个厂商的边际成本和固定成本均为零.

一. 描述厂商一的类型空间和它的纯策略.

二. 描述厂商二的纯策略.

三. 求解贝叶斯纳什均衡.