

# 博弈论: 作业一

部分术语的其它称呼:

- 上策: 占优策略, 优势策略
- 下策: 劣势策略, 劣策略
- 严格下策反复消去法: 重复剔除严格劣策略

## 判断正误 (如果回答 "错", 请构造一个反例)

1. 纳什均衡中, 行为人不可能选择下策.
2. 纳什均衡中, 行为人不可能选择严格下策.
3. 纳什均衡中, 任何行为人单独改变策略, 其最终效用都会严格变小.

## 严格下策反复消去法

考虑如下两人博弈, 其中行为人 1 的可选行动为 {上, 中, 下}, 行为人 2 的可选行动为 {左, 中, 右}. 使用严格下策反复消去法预测博弈的结果.

1\2	左	中	右
上	5,1	6,2	4,3
中	8,4	3,6	2,1
下	9,6	2,8	3,0

## 求解纳什均衡

1. 找出囚徒困境中的所有纳什均衡 (纯策略和混合策略均衡).

1\2	坦白	抵赖
坦白	0,0	3,-1
抵赖	-1,3	2,2

2. 找出约会博弈 (也叫"性别战博弈", "协调博弈") 中的所有纳什均衡 (纯策略和混合策略均衡).

1\2	左	右
上	2,1	0,0
下	0,0	1,2

3. 考虑  $n$  家寡头厂商同时确定产量的古诺模型. 每家厂商的生产成本为  $c = 0$ , 市场总需求为  $p(Q) = p_0 - Q$ , 其中  $p_0 > 0$  为给定常数,  $Q$  为总产量. 已知这个博弈存在一个纯策略纳什均衡, 其中每家厂商的产量均为  $q^*$ . 将  $q^*$  表示为  $n$  的函数, 并计算均衡时每家厂商的利润.

### 剪刀石头布博弈

本问题一共包含四个小问, 我们的最终目标是证明 "剪刀石头布博弈" 存在唯一的纳什均衡.

1. 写出 "剪刀石头布博弈" 的收益矩阵, 其中每个参与人的可选行动均为 {剪刀, 石头, 布}, 获胜效用为1, 平局效用为 0, 失败效用为  $-1$ .
2. 用下划线法说明, 博弈不存在纯策略纳什均衡.
3. 证明: 纳什均衡中, 参与人的混合策略不可能只包含两个行动. 也就是说, 均衡中参与人选择三个行动的概率均必须为正. (提示: 假设行为人 1 只在 "剪刀" 和 "布" 之间随机, 给出此时行为人 2 的最优反应, 然后说明行为人 1 有偏离均衡的激励.)
4. 在上一问的基础上, 用无差异原则给出博弈的混合策略纳什均衡.

### 严格下策和纳什均衡

本问题一共包含三个小问.

1. 考虑如下博弈, 证明 "下" 是参与人 1 的严格下策.

1\2	左	右
上	3,0	0,2
中	0,2	3,0
下	1,3	1,1

注: 完成第一问后, 后面寻找纳什均衡时, 你应该默认参与人 1 永远不会使用 "下".

2. 说明该博弈不存在纯策略纳什均衡.
3. 用无差异原则计算混合策略纳什均衡.