

# 博弈论：作业二

部分术语的其它称呼：

- 子博弈完美纳什均衡：子博弈精炼纳什均衡
- 逆推归纳法：逆向归纳法

**判断正误（如果回答“错”，请给出一个反例）**

1. 两个参与人先后行动的动态博弈中，因为后行动的参与人可以先观察到之前参与人的行动后再决策，所以后手总是有优势的。
2. 两阶段动态博弈中，参与人的纯策略总可以表示为其行动集合  $A$  中的某个元素。
3. 有限次重复博弈和无限重复博弈都可以通过逆推归纳法来求解子博弈完美纳什均衡。

## 两阶段议价博弈

张三和李四分 100 元钱。博弈共有两个阶段：

**阶段一：**张三提出分配方案：( $a, 100 - a$ )，其中张三拿  $a$ ，李四拿  $100 - a$ 。李四选择接受或拒绝。

- 若李四接受，博弈结束。两人效用分别为  $a$  和  $100 - a$ 。
- 若李四拒绝，博弈进入第二阶段。

**阶段二：**李四提出分配方案：( $100 - b, b$ )，其中李四拿  $b$ 。

- 若张三接受，博弈结束。张三和李四的效用分别为  $\delta(100 - b)$  以及  $\delta b$ ，其中  $\delta \in (0, 1)$  表示贴现因子。
- 若张三拒绝，则两人按照  $(50, 50)$  的方案均分 100 元，效用均为  $50\delta$ 。

1. 描述第一阶段中，两位参与人的纯策略。

2. 描述第二阶段中, 两位参与人的纯策略.
3. 用逆推归纳法求解博弈的均衡结果.

## 先后行动的三寡头产量竞争模型

市场上有三家钢铁厂: 张三, 李四和王五. 博弈一共有两个阶段:

1. 张三选择钢铁产量  $q_1$
2. 李四和王五观察到张三的产量  $q_1$  后, 同时选择产量  $q_2$  和  $q_3$ .

已知市场需求函数为  $p = q_0 - q$ , 其中  $q = q_1 + q_2 + q_3$  为总产量,  $q_0 > 0$  为给定常数. 求解纯策略子博弈完美纳什均衡.

## 重复博弈

考虑如下囚徒困境博弈, 博弈的参与人分别记为参与人 1 和参与人 2. 每个行为人的可选行动为“合作”和“不合作”.

1\2	不合作	合作
不合作	(0, 0)	(3, -1)
合作	(-1, 3)	(2, 2)

1. 假设这个博弈重复  $T$  次, 用逆推归纳法求解博弈的均衡结果, 其中  $T \geq 3$  为某个给定的正整数.
2. 假设这个博弈重复无穷次, 参与人的贴现因子均为  $\delta \in (0, 1)$ . 考虑每个行为人均选择如下“触发策略”:
  - 博弈第一期选择“合作”
  - 如果之前某一期的博弈结果不为 (合作, 合作), 此后永远选择“不合作”.

如果双方均选择“触发策略”构成了子博弈完美纳什均衡, 给出  $\delta$  的取值范围.